RE Lektion 01
Rechenarten

Horst Hussfeldt
DF7HD

Klasse A und E

Ausbildungskursus zur Amateurfunklizenz
Deutscher Amateur-Radio-Club e.V.
Ortsverband Hamburg Alstertal E13

16-10.2024

A

- **Übersicht**
  - Die 4 Grundrechenarten
  - Punktrechnung geht vor Strichrechnung
  - Umstellung von Formeln
  - Bruchrechnung
  - Prozentrechnung
  - Potenzrechnung
  - Berechnung von Fläche und Umfang
  - Das Deieck
  - Der Satz des Pythagoras
  - Die Strahlensätze oder der Satz des Thales
  - Das Koordinatensystem

A

Die vier Grundrechenarten

Addition

A

- Addition oder addieren ist das Zusammenzählen mehrerer Summanden.
- Das Ergebnis heißt Summe.

$$3 + 5 + 6 + 87 = 101$$

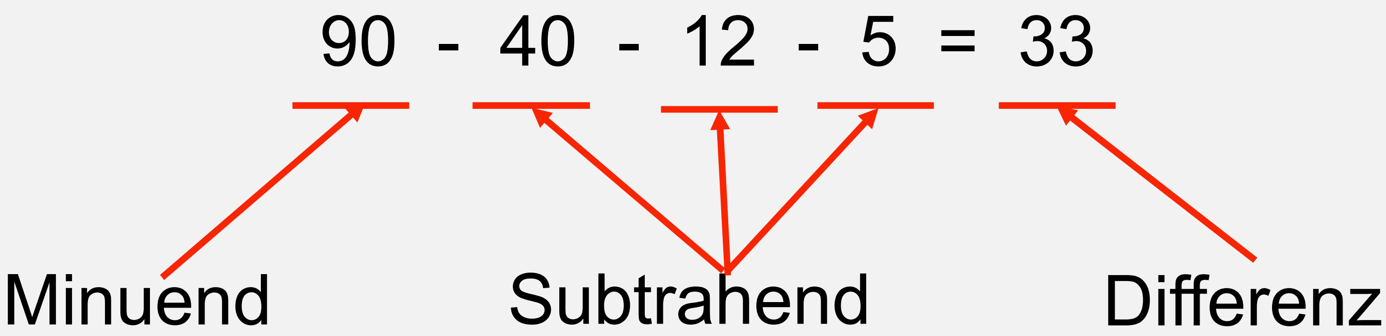
Summanden

Summe

A

Subtraktion

- Subtraktion oder subtrahieren ist das Abziehen mehrerer Subtrahenden von einem Minuend.
- Das Ergebnis heißt Differenz.



Multiplikation

- Multiplikation oder multiplizieren ist das malnehmen verschiedener Faktoren.
- Das Ergebnis heißt dann Produkt.

$$6 \; * \; 3 \; * \; 5 \; * \; 2 \; = \; 180$$

Faktoren Produkt

A

Multiplikation positiver und negativer Zahlen

Hierbei ist folgendes zu beachten:

- Sind beide Faktoren positiv oder negativ so ist auch das Ergebnis immer positiv.

$$(+5) * (+3) = +15$$

$$(-5) * (-3) = +15$$

- Ist ein Wert positiv und der andere negativ ist das Ergebnis immer negativ.

$$(-5) * (+3) = -15$$

$$(+5) * (-3) = -15$$

Division positiver und negativer Zahlen

A

Hierbei ist folgendes zu beachten:

- Sind beide Faktoren positiv oder negativ so ist auch das Ergebnis immer positiv.

  $(+15) : (+3) = +5$

  $(-15) : (-3) = +5$

- Ist ein Wert positiv und der andere negativ oder umgekehrt, ist das Ergebnis immer negativ.

  $(-15) : (+3) = -5$

  $(+15) : (-3) = -5$

A

Eine Division durch den Wert „0“ ist nicht möglich.

weiter

A

- Noch eine generelle Aussage:
- In der Mathematik gilt:
  - eine einzelne Zahl ist eigentlich immer ein Bruch mit dem Nenner 1!
- Das heißt, daß die Aufgabe 6 * 2 = 12 eigentlich

$$\frac{6}{1} * \frac{2}{1} = \frac{12}{1}$$

heißen müßte.

- Nur wird dieser Nenner 1 beim Schreiben weggelassen.

A

Punktrechnung
geht vor Strichrechnung

A

Punktrechnung geht vor Strichrechnung

- Diese wichtige Regel besagt, daß in einer Kette von Multiplikations-, Divisions-, Additions- und Subtraktionsaufgaben
- zuerst alle Operationen mit Multiplikation und Division durchgeführt werden (Punktrechnung) und
- danach die Aufgabenteile mit Addition bzw. Subtraktion (Strichrechnung).

A

Aufgabe:

- Wieviel ist

$$3 * 4 + 7 * 4 - 2 * 3 = ?$$

- Würde man von links nach rechts rechnen, passiert folgendes:

$$3 * 4 = 12 + 7 = 19 * 4 = 76 - 2 = 74 * 3 = 222$$

- Ob das richtig ist?

weiter

A

- Zur Erinnerung noch einmal die Aufgabe:

3 * 4 + 7 * 4 – 2 * 3 = ?

- Wir machen jetzt erst die Punktrechnung:

3 * 4 = 12 7 * 4 = 28 2 * 3 = 6

- und dann die Strichrechnung:

12 + 28 – 6 = 34

A

- Unsere Aufgabe war:

$$3 * 4 + 7 * 4 - 2 * 3 = ?$$

- Wir hatten eben also zwei verschiedene Ergebnisse erhalten:

1. nacheinander gerechnet:

$$\cancel{3 * 4 = 12 + 7 = 19 * 4 = 76 - 2 = 74 * 3 = \underline{222}}$$

2. Erst Punkt-, dann Strichrechnung:

$$3 * 4 = 12 \qquad 7 * 4 = 28 \qquad 2 * 3 = 6$$

$$12 + 28 - 6 = \underline{34}$$

- Die Methode 1 ergibt ein falsches Ergebnis!

A

- Wird von dieser Regel (Punktrechnung geht vor Strichrechnung) abgewichen, müssen entsprechende Klammern gesetzt werden.
- Dann werden zuerst die Werte in den entsprechenden Klammern aufgelöst und zwar jeweils paarweise von innen nach außen.

A

Eine neue Aufgabe:

- Wieviel ist

$$3 * \underline{(4 + 7)} * \underline{(4 - 2)} * 3 = ?$$

- Wir lösen erst die Werte in den Klammer auf. Dabei bleiben die anderen Werte unverändert:

$$3 * (11) * (2) * 3 = ?$$

- Die Klammern können jetzt entfallen und wir erhalten:

$$3 * 11 * 2 * 3 = 198$$

weiter

A

- Es können auch mehrere Klammern zusammengesetzt werden.
- Als Schreibweise gibt es in aufsteigender Wichtigkeit von innen nach außen
  - die runden Klammern ( ),
  - die eckigen Klammern [ ] und
  - die geschwungenen Klammern { }
- Beispiel: {4*[(3-1)*(5+3)]+(3*3)} oder

  (4*((3-1)*(5+3))+(3*3))
- Solche Klammernserien werden immer paarweise von innen nach außen aufgelöst, also von der jeweils kleinsten zur nächst höheren Stufe.

A

Beispiel:

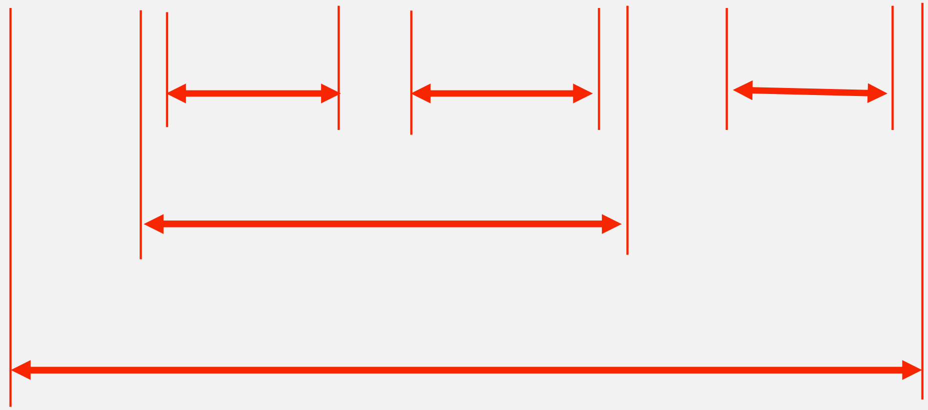
Die Reihenfolge der Auflösung der Klammern

$$(4 * ((3 - 1) * (5 + 3)) + (3 * 3))$$

Stufe 1

Stufe 2

Stufe 3



Wir hätten diese Aufgabe auch mit den unterschiedlichen Klammerformen darstellen können:

$$\{4 * [(3 - 1) * (5 + 3)] + (3 * 3)\}$$

A

Umstellung von Formeln

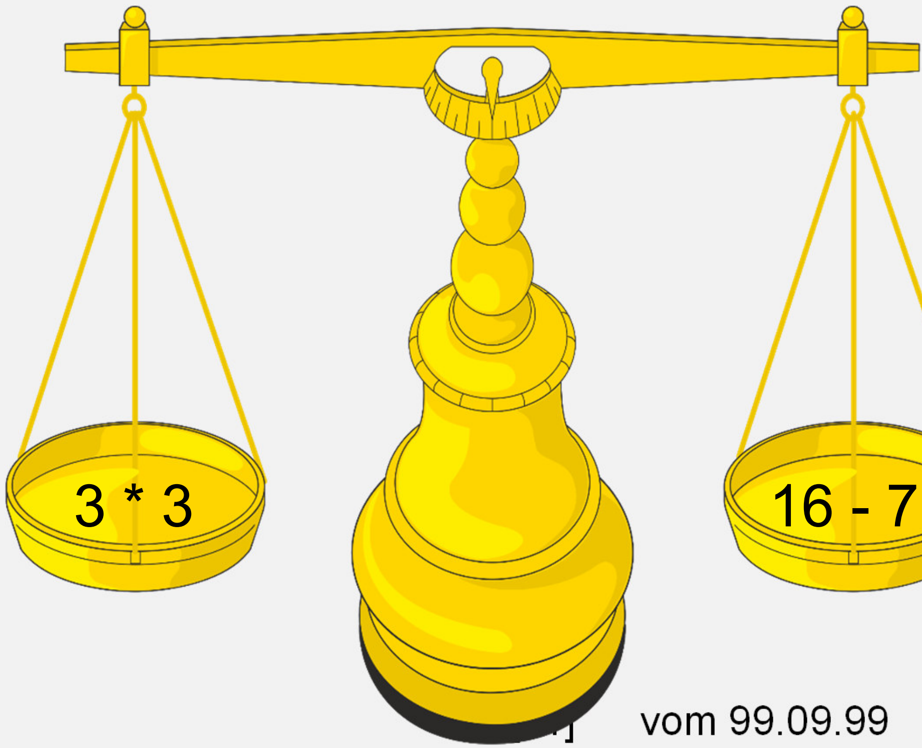
A

Umstellung von Formeln

- Was ist eine Formel?
- Eine mathematische Formel stellt einen Zusammenhang zwischen mathematischen oder z. B. physikalischen oder ökonomischen Größen dar.
- Sie verwendet die Form einer Gleichung und ist gegenüber der Textform kürzer und oft eindeutiger.
- Letztendlich basieren Formeln, mit denen wir es auch im Amateurfunk zu tun haben, auf einigen Grundformeln.
- Die wichtigsten Grundlagen wollen wir aufzeigen.

A

- Formeln müssen wir oft entsprechend der Aufgaben-stellung umstellen, d.h. anpassen.
- Das bedeutet bei einer Gleichung, daß der Wert vor dem Gleichheitszeichen immer genauso groß ist wie der Wert hinter dem Gleichheitszeichen.
- Deshalb heißt dieses Zeichen auch so!
- Beide Seiten sind also wie bei einer Waage immer gleich groß!



A

Unsere erste Beispielformel lautet $\boxed{A = B * C}$

- Die Werte A, B und C stehen in einer bestimmten Abhängigkeit zueinander.
- A ist das Produkt aus der Multiplikation von B und C.
- A ist also genauso groß oder hat den gleichen Wert wie das Produkt aus B * C!
- Setzen wir in die obige Formel Zahlen ein, hieße das z.B.:
  A = 2 * 5
  somit ist A = 10

A

- Als gesuchte Größe in der Formel steht das A links, die bekannten Größen rechts vom Gleichheitszeichen

$$A = B * C$$

- Was machen wir aber, wenn A und C bekannt sind und wir suchen die Größe B ?

A

!?

- Die Formel muß so umgestellt werden, daß für die Errechnung
  - die gesuchte Größe allein links vor das Gleichheitszeichen kommt
  - und die anderen Größen auf der rechten Seite stehen.

A

!?

- Da ja grundsätzlich beide Seiten einer Gleichung den gleichen Wert haben müssen, kann man sie auch einfach umtauschen.

Das bedeutet:

$$A = B * C$$

ist dasselbe wie

$$B * C = A$$

A

!?

- An einem Beispiel mit den Werten A = 10, B = 5, C = 2 wird dieses deutlicher:

Unsere Formel heißt A = B * C

Wir setzen die Werte ein 10 = 5 * 2

Wir drehen sie Seiten um B * C = A

und setzen die Werte ein 5 * 2 = 10

Einverstanden?

A
!?

- Kommen wir zur Ausgangsfrage zurück.
- Unsere Formel war

$$A = B * C$$

- A und C sind bekannt, gesucht wird die Größe B.

A
!?

- Als erstes tauschen wir beide Seiten der Gleichung aus

$$A = B * C$$

- Im Ergebnis haben wir also

$$B * C = A$$

A

!?

- Unsere umgestellte Formel lautete:

B * C = A

- Da die gesuchte Größe einer Gleichung - in diesem Falle also B – allein auf einer Seite stehen soll, muß C auf die rechte Seite der Formel.
- Dafür werden beide Seiten durch C geteilt, um kürzen zu können.
- Was ist denn nun wieder „kürzen“?

A

!?

- Am Anfang hatten wir bei der Division die Begriffe „Dividend“ bzw „Zähler“ sowie „Divisor“ bzw „Nenner“ kennen gelernt.
- Bei einem Bruch (das ist eine Division) steht oberhalb des Striches der Zähler und unterhalb der Nenner.

$$\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} = \text{Quotient}$$

oder Zähler geteilt durch Nenner ergibt den Quotienten

A

!?

- Um den Zähler gegen den Nenner kürzen zu können, teilt man beide durch den größten gemeinsamen Wert.
- Wie das geht zeigt das folgende Beispiel.

A
!?

- Wir haben z.B. auf der einen Seite der Gleichung den Bruch mit den Werten:

$$\boxed{\frac{24}{16}}$$

24 ist teilbar durch:
1 (24mal)
2 (12mal)
3 (8mal)
4 (6mal)
6 (4mal)
8 (3mal)
12 (2mal)
24 (1mal)

16 ist teilbar durch
1 (16mal)
2 (8mal)
4 (4mal)
8 (2mal)
16 (1mal)

Wir suchen jetzt den größten gemeinsamen Teilungswert:

Der größte gemeinsame Teilungswert ist also 8

A

!?

- Wir können in unserem Bruch den Zähler „24“ und den Nenner „16“ maximal durch den größten gemeinsamen Teilungswert „8“ kürzen:

$$\frac{24}{16}$$

$$\frac{\cancel{24}^{\,8}}{\cancel{16}_{\,8}} \quad \begin{matrix} = 3 \\ = 2 \end{matrix}$$

$$\frac{3}{2}$$

- Der Bruch 24/16 ist also dasselbe wie 3/2.

A

!?

- Stehen auf einer Seite des Bruches im Zähler und im Nenner gleiche Zahlen, können diese durch sich selber gekürzt werden: der größte gemeinsame Teilungswert sind sie selber.

$$\frac{24 * 16}{16}$$

$$\frac{24 * \cancel{16}}{\cancel{16}} \qquad \frac{16}{16} = 1$$

$$\frac{24 * \cancel{1}}{\cancel{1}}$$

$$24$$

A

!?

- Dieses eben beschriebene Verfahren geht nur, wenn es sich bei den Rechenoperationen um eine Multiplikation oder Division handelt.
- Denn: wir teilen ja die Werte durch andere, wir dividieren.
- Multiplikation und Division sind artgleich, genauso wie Addition und Subtraktion.
- An dem folgenden Beispiel wird der Unterschied ersichtlich.

A

!?

- Wenn wir die folgende Aufgabe normal rechnen, erhalten wir als Ergebnis 6

$$\frac{12+6}{3}$$

$$\frac{18}{3} = 6$$

- Würden wir aber hier kürzen, erhalten wir das leider falsche Ergebnis von 14

$$\frac{12+6}{3}$$

$$\frac{12+\cancel{6}}{\cancel{3}} \qquad 3 = 2 \qquad 3 = 1$$

$$\frac{12+2}{1} = 14$$

A

!?

- Soweit das Kürzen auf einer Seite des Bruches.
- Doch nun zurück zu unserer Aufgabe.
- Unsere Formel war A = B * C und wir suchen den Wert für B.
- Was ist also zu tun, wenn auf der einen Seite ein Wert verschwinden soll?
- Unsere Aufgabe hieß doch, den Wert für „B“ zu finden, wenn „A“ und „C“ bekannt sind.

A

!?

- Die Ausgangsformel ist

$$A = B * C$$

- Wir hatten dann beide Seiten getauscht

$$B * C = A$$

- Was müssen wir also nach dem eben Gelernten tun?

- Nach dem eben Gelernten müssen wir beide Seiten des Bruches durch „C“ teilen, um „B“ allein auf der linken Seite zu haben:

$$\frac{B * C}{C} = \frac{A}{C}$$

weiter

A

!?

$$\frac{B * C}{C} = \frac{A}{C}$$

- Auf der linken Seite können jetzt beide Werte „C“ gegeneinander gekürzt werden:

$$\frac{B * \cancel{C}}{\cancel{C}} = \frac{A}{C}$$

- Nach dem Kürzen erhalten wir die gewünschte Formel

$$B = \frac{A}{C}$$

A
!?

- Das Ganze mit Zahlen ausgedrückt:

$$A = 20,\ B = ?,\ C = 4$$

$A = B * C$ $\qquad$ $20 = B * 4$ $\qquad$ oder durch Seitentausch

$$B * 4 = 20$$

beide Seiten durch „4“ teilen und kürzen

$$\frac{B * \cancel{4}}{\cancel{4}} = \frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{4}_{1}}$$

$$B = 5$$

A

!?

- Und genauso muß man vorgehen, wenn man z.B. „A“ und „B“ kennt und den Wert für „C“ sucht.

A

!?

- Um das Ganze etwas schwieriger zu machen, kommt jetzt zu unseren Werten A, B und C der Wert D hinzu.
- Dieser steht aber mit A, B und C formeltechnisch in Verbindung.

A

!?

Unsere zweite Beispielformel lautet $\boxed{D = A * C}$

- Die Werte D, A und C stehen in einer bestimmten Abhängigkeit zueinander.
- D ist das Produkt aus der Multiplikation von A und C.

A
!?

- Der Wert für D wird also errechnet nach der Formel

$$D = A * C$$

- Bei dem vorigen Beispiel haben wir das Umstellen der Formel gelernt.
- Wir erstellen jetzt die beiden Formeln, um „A“ und „C“ zu ermitteln.
- Das heißt, daß „A“ bzw. „C“ auf der linken Seite der Gleichung stehen.
- Die beiden Formeln sehen dann so aus:

$$A = \frac{D}{C} \qquad C = \frac{D}{A}$$

A

!?

- Um das Ganze etwas schwieriger zu machen, wollen wir D = A * C ausrechnen.
- Wir haben aus unserer vorigen Aufgabe (A = B * C) nur die bekannten Werte „B“ und „C“ gehabt.
- Unsere Formel lautet aber D = A * C.
- Ich hab aber keinen Wert „A“ !

Keine Panik !

A

!?

- Erinnert Ihr Euch noch an die erste Formel

$$A = B * C \quad ?$$

- Genau! Statt A können wir in unserem Beispiel nämlich auch B * C einsetzen.
- Die Aufgabenstellung hatte ja gesagt, daß D in Verbindung zu A, B und C steht.

A

!?

- Die Formel für den Wert „D" lautet:

$$D = A * C$$

- Den Wert für A ermitteln wir aus der Formel

$$A = B * C$$

- und setzen diesen in die Formel D = A * C ein und erhalten somit:

$$D = \underbrace{B * C}_{\text{denn das ist A}} * C$$

A

!?

- Hier noch einmal unsere beiden Formeln:

$$D = A * C \qquad A = B * C$$

aus denen diese Formel wurde:

$$D = B * C * C$$

- Das zweimal vorhandene C wird in der Formel jetzt so dargestellt:

$$D = B * C^2$$

- Gesprochen „C hoch 2“ oder „C quadrat“

weiter

A

!?

- Das Ganze mit Zahlen? $D = B * C^2$

$D = ?, B = 5, C = 2, A = ?$

$D = A * C$

$D = ? * C$ $A = B * C$

$D = B * C * C$

$D = 5 * 2 * 2$

oder $D = 5 * 4$

$D = 20$

A

!?

- In einem anderen Beispiel wollen wir wieder den Wert für D berechnen, haben aber nur die Werte für A und B.
- Die Formel für den Wert D lautet:

$$D = A * C$$

- Aus der Formel A = B * C erhalten wir durch Umstellen und kürzen

$$B * C = A \Rightarrow \frac{\cancel{B} * C}{\cancel{B}} = \frac{A}{B}$$

den Wert für $C = \frac{A}{B}$

A

!?

- Zur Erinnerung: die Formel lautet

$$D = A * C$$

- Hier setzen wir jetzt den ermittelten Wert für „C“ ein:

$$C = \frac{A}{B} \qquad D = A * \frac{A}{B}$$

oder anders dargestellt:

$$D = \frac{A * A}{B} \qquad D = \frac{A^2}{B}$$

- Das Ganze mit Zahlen? Bitte schön:

$$D = ?,\ B = 5,\ A = 10,\ C = ?$$

$$D = A * C$$

$$C = \frac{A}{B}$$

$$D = A * ?$$

$$D = A * \frac{A}{B}$$

$$D = \frac{10 * \cancel{10}^{\,2}}{\cancel{5}_{\,1}}$$

oder $D = 10 * 2$

$$D = 20$$

A

!?

Bruchrechnung

weiter

A

!?

- Jede ganze Zahl ist eigentlich ein Bruch:
  - 5 ist nämlich dasselbe wie $\frac{5}{1}$
- Das heißt: der Kehrwert der Zahl 5 ist $\frac{1}{5}$
- Wozu man das braucht werden wir auf der nächsten Seite lernen.

A

!?

- Zur Erinnerung:

das Rechnen mit Brüchen hatten wir heute zu Anfang gelernt.

A

!?

- Brüche, die addiert oder subtrahiert werden sollen, werden zunächst gleichnamig gemacht, anschließend werden ihre Zähler addiert bzw. subtrahiert.
- Wir suchen also den zum Nenner 4 bzw 5 passenden gemeinsamen Wert und das ist die Zahl 20.

Beispiel: $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$

A

!?

- Bei Brüchen, die dividiert werden sollen, rechnet man mit dem Kehrwert des zweiten Bruches.
- Den Kehrwert eines Bruches erhält man, wenn man bei diesem Nenner und Zähler miteinander vertauscht.

$$\frac{a}{b} \quad \frac{b}{a}$$

- Das heißt: der Zähler wird zum Nenner und der Nenner wird zum Zähler.
- So wird zum Beispiel aus

$$\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3}{2}$$

A

!?

- Merke: Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit seinem Kehrwert multipliziert.

Beispiel: $\frac{2}{15} : \frac{14}{27}$

Geschrieben würde das so aussehen:

$$\frac{\frac{2}{15}}{\frac{14}{27}}$$

und das lassen wir mal lieber

A

!?

- Das Beispiel war $\frac{2}{15} : \frac{14}{27}$

$\frac{2}{15}$ -> 2 : 15 = 0,1333

$\frac{14}{27}$ -> 14 : 27 = 0,5185

und teilen beide Zahlen

0,1333 : 0,5185 = 0,2571

A

!?

- Wenn wir mit dem Kehrwert rechnen sieht das so aus:

Beispiel: $\frac{2}{15} : \frac{14}{27}$

- Zur Erinnerung: Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit seinem Kehrwert multipliziert.
- Wir drehen also den zweiten Bruch um und erhalten

$$\frac{2}{15} : \frac{14}{27} = \frac{2}{15} * \frac{27}{14} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} * \overset{9}{\cancel{27}}}{\underset{5}{\cancel{15}} * \underset{7}{\cancel{14}}} = \frac{1 * 9}{5 * 7} = \frac{9}{35} = 0{,}2571$$

A

!?

Prozentrechnung

A

!?

Prozentrechnung

- Prozente % sind Brüche mit dem Nenner 100
- Promille 0/00 sind Brüche mit dem Nenner 1000
- Parts per Million (ppm) sind Brüche mit dem Nenner 1 Million = 1.000.000

A

!?

- Eine Prozentzahl sagt aus, den wievielten Teil vom Ganzen ein Wert darstellt.
- Dafür wird das Ganze als 100 angesehen.
- Aufgabe: Wie viele Teile sind 12 Prozent?
- Hierzu teilen wir den Wert 12 durch 100 und das ergibt:

$$\frac{12}{100} = 0{,}12 \qquad = 12\%$$

- 12 Teile von 100 sind also 12 Prozent.

A

!?

- Aufgabe: Die Spannungsfestigkeit eines elektrischen Bauteils ist mit 750V+15% angegeben.
- Welche maximale Spannung darf an dieses Bauteil angelegt werden?
- Vom Ansatz her heißt das, daß die maximale Spannung um 15% größer sein darf als der angegebene Wert von 750V.

A

!?

- Die 15% bedeuten $\frac{15}{100} = 0{,}15$
- Nun errechnen wir die 15% vom Wert 750:

$$750V * 0{,}15 = 112{,}5\ V$$

oder $$\frac{750V * 15}{100} = \frac{11250V}{100} = 112{,}5\ V$$

- Dieser Betrag wird zu dem Nennwert addiert: 750 V + 112,5 V = 862,5 V
- Antwort: Die maximal zulässige Spannung ist also 862,5 V

A

!?

Potenzrechnung

weiter

A

!?

Potenzrechnung

- Potenzrechnung ist das multiplizieren gleicher Faktoren:

  z.B. 3 * 3 * 3 * 3 = 81

- Eine Potenz gibt an, wie oft die Zahl mit sich selber multipliziert wird.
- Viermal die 3 mit sich selber multipliziert – wäre also 3 hoch 4 oder geschrieben 3^4.

A

!?

- Unser Beispiel lautet 3^4.
- In der Potenzrechnung gibt in diesem Beispiel die 3 die Basis und die 4 den Exponenten an

$$3^4$$

Basis

Exponent

- Wir sprechen hier von der vierten Potenz der Zahl 3.

A
!?

- So wie es beim addieren als Gegenteil das subtrahieren gibt, heißt das Gegenteil von Potenzrechnung Wurzelziehen.

A

!?

- Das Ziehen einer Wurzel in der Mathematik heißt Radizieren und ist eine Umkehroperation des Potenzierens.
- Eine Wurzel sieht z.B. so aus:

$$\sqrt[3]{216} = ?$$

- Wir suchen hier die dritte Wurzel aus 216. Das heißt mit anderen Worten:
  - welche Zahl wurde dreimal mit sich selber multipliziert, um 216 zu ergeben?

A

!?

- In unserem Fall war es die Zahl 6.
- 6 mal 6 mal 6 ergibt nun einmal 216.
- Das heißt, daß die dritte Wurzel aus 216
  die Zahl 6 ist.
- Wen das schriftliche Ausrechen einer Wurzel interessiert wird auf das Internet oder Schulbücher verwiesen.
- Ansonsten hilft der Taschenrechner.

A

!?

- Wir wollen uns hier nur mit der Quadratwurzel beschäftigen.
- Wir suchen also die Zahl, die mit sich selber multipliziert wurde.
- Beim Schreiben der Quadratwurzel läßt man die Potenz fort.

A

!?

- Die Quadratwurzel aus 36 stellt man so dar:

$$\sqrt{36}$$

- In unserem Beispiel ist das Ergebnis die 6.
- Denn 6 * 6 ergibt 36.
- Gott sei Dank können wir das Ausrechnen, wie eben gesagt, einem Taschenrechner überlassen.

A

!?

Maßeinheiten

Pico	p	$=10^{-12}$	=0,000000000001
Nano	n	$=10^{-9}$	=0,000000001
Mikro	µ	$=10^{-6}$	=0,000001
Milli	m	$=10^{-3}$	=0,001
		$=10^{-0}$	=1
Kilo	K	$=10^{3}$	=1.000
Mega	M	$=10^{6}$	=1.000.000
Giga	G	$=10^{9}$	=1.000.000.000

- Merke: bei Zahlen kleiner 1 gibt die Potenz die Anzahl Nachkommastellen an, bei Zahlen größer 1 die Anzahl Nullen

A

!?

- Wie rechnet man nun mit Potenzzahlen?
- Schauen wir uns einmal die Zahl 100 an.
- Sie besteht – wie jeder leicht sehen kann – aus einer 1 und zwei Nullen.
- Als Potenzzahl schreibt man diese Zahl als eine 10 mit einer hochgestellten 2:
  - 10^2 – soll heißen eine 1 mit zwei Nullen.
- Und das ist dasselbe wie 10 * 10

weiter

A

!?

- Die Zahl 1000 sieht dann so aus:
  10^3 (also eine Eins mit 3 Nullen) oder 10 * 10 * 10
- Will man jetzt 100 * 1000 rechnen, weiß der Fachmann, daß das eine 1 mit fünf Nullen ergibt.
- Doch der Potenzrechner schreibt das so:
  - $10^2 * 10^3$

A

!?

- Ist die darzustellende Zahl kleiner 1 wird die Hochzahl negativ dargestellt.
- Sie gibt jetzt die Zahl der Nachkommastellen an
  - 0,2 ist also $2 * 10^{-1}$
  - 0,007 ist auch $7 * 10^{-3}$
  - 0,042 ist auch $42 * 10^{-3}$

A

!?

- Das Potenzrechnen erleichtert das Rechnen mit großen Zahlen.
- So stellt sich der Wert 2µF (2mikro Farad) auch so dar:
  - 0,000002 F oder $2*10^{-6}$ F
  - oder 2 : 10 = 0,2 : 10 = 0,02 : 10 = 0,002 : 10 = 0,0002 : 10 = 0,00002 : 10 = 0,000002

A

!?

- Für die Rechnung und Umwandlung in kilo, milli, mikro und so weiter ist es zweckmäßig, wenn die Exponenten die Werte
  3 (kilo), 6 (Mega), 9 (Giga) oder
  -3 (milli), -6 (mikro), -9 (nano) oder -12 (piko)
  haben.

A

!?

- Wenn die Anzahl der Stellen nicht einem dieser Werte entspricht, kann man einfach die Basis durch 10 teilen, wobei der Exponent um eins erhöht wird, oder eine Null anhängen.

A

!?

- Die Zahl 4.200 würde man normalerweise als
  - $42 * 10^2$ darstellen.
  - (42 * 10 * 10 = 4200)
- Da wir auf die Hochzahl (Exponent) 3 gehen wollen, teilen wir 42 durch 10 und erhalten 4,2.
- Somit schreiben wir $4{,}2 * 10^3$
  - (4,2 * 10 * 10 * 10 = 4,2 * 1000 = 4200)

A
!?

- Müssen wir aber die Anzahl der Stellen z.B. von fünf auf sechs Stellen erhöhen, geschieht dieses durch das Anhängen einer Null an die Basiszahl.
- Für 0,00042 kann man auch 0,000420 schreiben, ohne daß sich der Wert dadurch ändert.
- Beide Werte stellen sich so dar:
  - 0,00042 entspricht $42 * 10^{-5}$
  - 0,000420 entspricht $420 * 10^{-6}$

A

!?

- Für das Rechnen mit Potenzen gibt es wie überall in der Mathematik Gesetze.
- Der Begriff *Potenzgesetz* bezeichnet einige wichtige, beim Berechnen von Potenzen oft hilfreiche Rechen-gesetze, die im Folgenden aufgezählt und kurz erläutert werden sollen.

A

!?

Multiplikation von Potenzen

- Zur Erinnerung:
  das kleine a ist die Basis,
  b und c sind hier die Exponenten.

  $a^b * a^c$

A

!?

- Das <u>erste</u> Gesetzt besagt:
- „Potenzen gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.“
- Das bedeutet, daß die Basis a beibehalten wird und die Exponenten addiert werden.
- Aus $a^b * a^c$ wird a^{b+c}

A

!?

- Beispiel: $a^b * a^c$ wird zu a^{b+c}
- Setzen wir Zahlen ein: a = 4 b = 2 c = 3

  aus $a^b * a^c$ wird dann $4^2 * 4^3$
- Einzeln gerechnet würde das jetzt so aussehen:

  4 * 4 * 4 * 4 * 4 = 1024
- In der Potenzrechnung schreiben wir

  4^{2+3} oder 4^5 oder aufgelöst

  4 * 4 * 4 * 4 * 4 = 1024

A

!?

- Das <u>zweite</u> Gesetzt besagt:
- „Potenzen von gleichem Exponenten werden multipliziert, indem man die Basen multipliziert und den gemeinsamen Exponenten beibehält".
- $a^c * b^c$ bedeutet also, daß die Basis a und b multipliziert werden und der Exponent c beibehalten wird.
- Aus $a^c * b^c$ wird $(a * b)^c$

A

!?

- Beispiel: $a^c * b^c$ wird zu $(a*b)^c$

  Setzen wir Zahlen ein: $a = 3 \quad b = 2 \quad c = 3$

  wird aus $a^c * b^c$

  $3^3 * 2^3$
- Einzeln gerechnet würde das jetzt so aussehen:

  $3 * 3 * 3 * 2 * 2 * 2 = 216$
- In der Potenzrechnung schreiben wir:

  $3^3 * 2^3$ oder $(3*2)^3$ oder 6^3 oder aufgelöst

  $6 * 6 * 6 = 216$

A

!?

Division von Potenzen

- Das <u>erste</u> Gesetz lautet:

  „Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.“

- Aus $\frac{a^b}{a^c}$ wird also a^{b-c}

A

!?

$\frac{a^b}{a^c}$ wird zu a^{b-c} $a = 3$ $b = 2$ $c = 3$

und rechnen das normal aus:

$$\frac{a^b}{a^c} = \frac{3^2}{3^3} = \frac{3 * 3}{3 * 3 * 3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

- In der Potenzrechnung schreiben wir :

für a^{b-c}

3^{2-3} oder 3^{-1} oder aufgelöst

1 durch 3 = 1/3 oder 0,333

A

!?

- Das zweite Gesetz lautet:

  „Potenzen von gleichem Exponenten werden dividiert, indem man die Basen dividiert und den gemeinsamen Exponenten beibehält."

- Aus $\frac{a^c}{b^c}$ wird also $\left(\frac{a}{b}\right)^c$

A

!?

- Beispiel: $\frac{a^c}{b^c}$ wird zu $\left(\frac{a}{b}\right)^c$

Setzen wir Zahlen ein: a = 3 b = 2 c = 3

wird aus $\left(\frac{a}{b}\right)^c$ nun $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ oder $1{,}5^3$

oder 1,5 * 1,5 * 1,5 = 3,375

A
!?

- An dem folgendem Beispiel wird man den Vorteil der Potenzrechnung leicht erkennen.
- Unsere Aufgabe sei $100 * 10^6 * 10 * 10^{-12}$
- Wollte man das rechnen, sieht das so aus:

100 * 1.000.000 * 10 * 0,000000000001

das wäre: 1.000.000.000 * 0,000000000001

- Und das ist nur noch mit dem Taschenrechner zu ermitteln, wenn dieser über die entsprechende Kapazität verfügt.
- Mit der Potenzrechnung wird das viel einfacher.

A

!?

- Die Aufgabe war

$$100 \ * \ 10^{6} \ * \ 10 \ * \ 10^{-12}$$

- In Potenzen wird daraus:

$$10^{2} \ * \ 10^{6} \ * \ 10^{1} \ * \ 10^{-12} =$$

$$10^{(2+6+1+(-12))} =$$

$$10^{(9-12)} =$$

$$10^{-3} = 0{,}001$$

A

!?

Nochmal zusammengefaßt die vier Potenzgesetze:

- Multiplikation
  - Potenzen gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.
  - aus $a^b * a^c$ wird a^{b+c}
  - Potenzen von gleichem Exponenten werden multipliziert, indem man die Basen multipliziert und den gemeinsamen Exponenten beibehält.
  - aus $a^c * b^c$ wird $(a * b)^c$

A
!?

- Division
  - Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.
  - aus $\frac{a^b}{a^c}$ wird also a^{b-c}
  - Potenzen von gleichem Exponenten werden dividiert, indem man die Basen dividiert und den gemeinsamen Exponenten beibehält.

  aus $\frac{a^c}{b^c}$ wird also $\left(\frac{a}{b}\right)^c$

weiter

A

!?

Berechnung Fläche und Umfang

A
!?

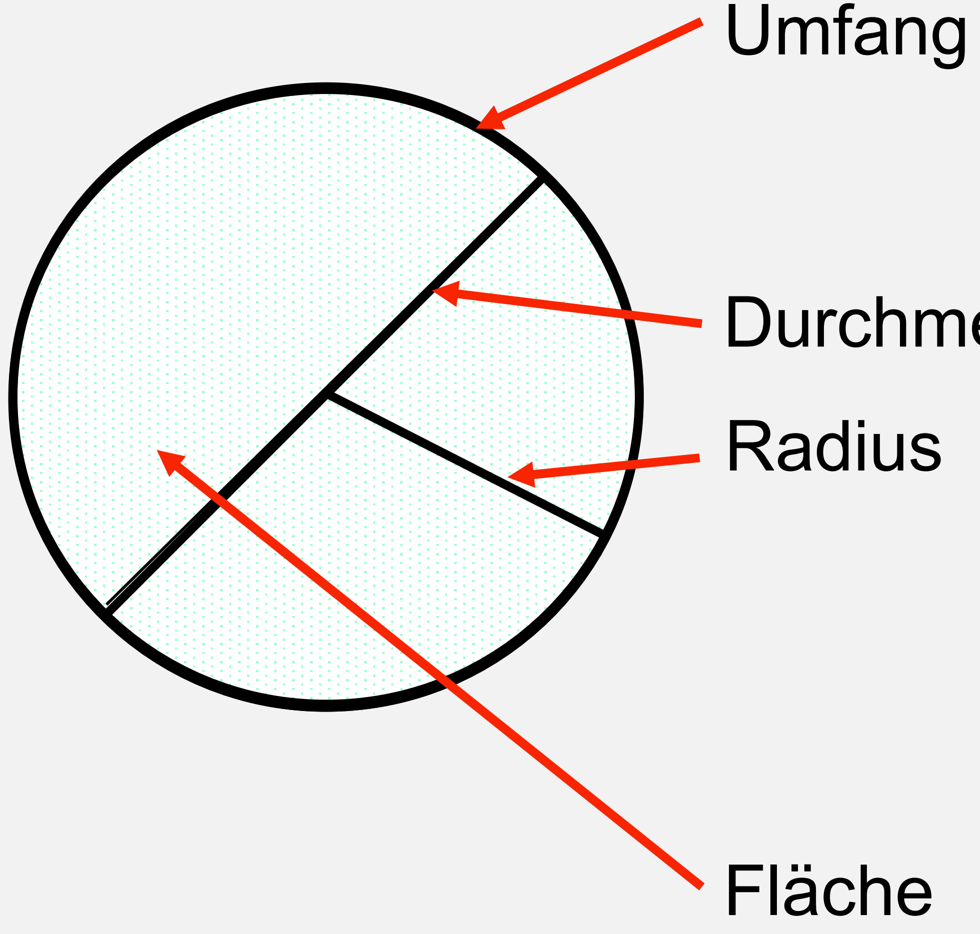
Querschnittberechnung

- In der Elektrotechnik hat der Querschnitt eines Drahtes eine entscheidende Bedeutung.
- So hat er u.a. Auswirkungen auf den Widerstand.
- Ein Drahtquerschnitt wird grundsätzlich als Kreis gesehen.
- Andere Formen (quadratische, rechteckige) sind auch möglich.

A

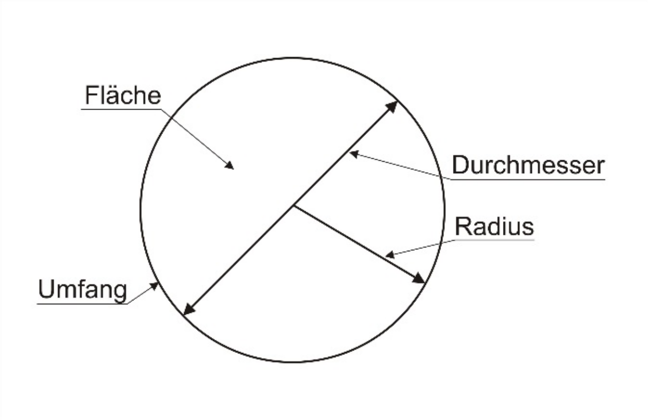
!?

Diese Bezeichnungen benötigen wir für die Querschnittsberechnung eines Drahtes:



weiter

A
!?



Durchmesser: d
Radius: r
Umfang: U
Fläche: A
Kreiszahl: π

- <u>Durchmesser d:</u>

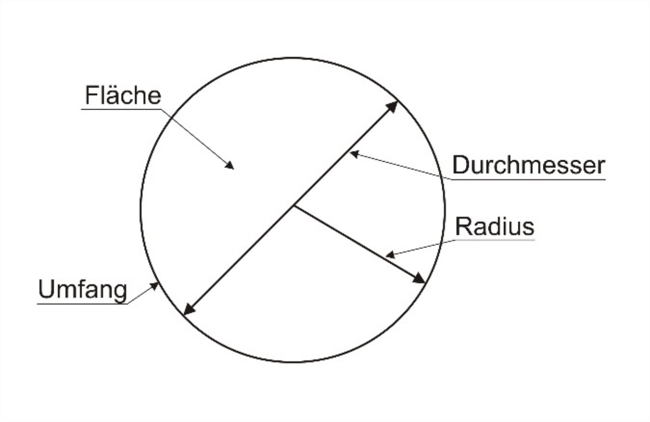
  Der Durchmesser d ist die Entfernung zwischen den Schnittpunkten eines Kreises mit einer Geraden, die dessen Mittelpunkt schneidet.

- <u>Radius r:</u>

  Der Radius r ist die Entfernung vom Mittelpunkt eines Kreises zu dessen Umfang und ist somit die Hälfte des Durchmessers.

A

!?



Durchmesser: d
Radius: r
Umfang: U
Fläche: A
Kreiszahl: π

- Umfang U:

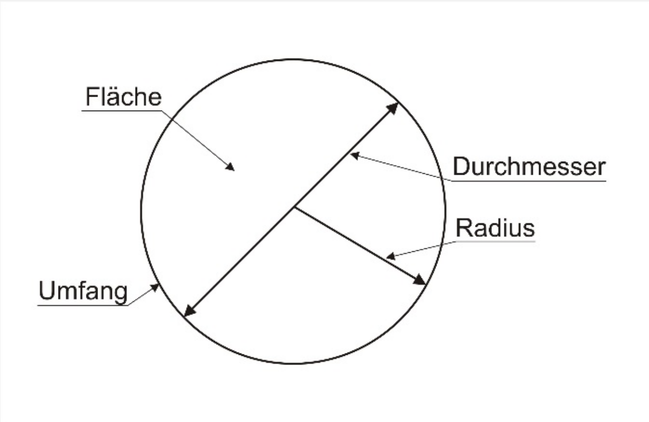
  Der Umfang U ist die Länge des Randes einer Fläche, in unserem Fall eines Kreises.

- Fläche A:

  Der Flächeninhalt A der Kreisfläche ist proportional zum Quadrat des Radius r bzw. des Durchmessers d des Kreises.

A

!?



Durchmesser: d
Radius: r
Umfang: U
Fläche: A
Kreiszahl: π

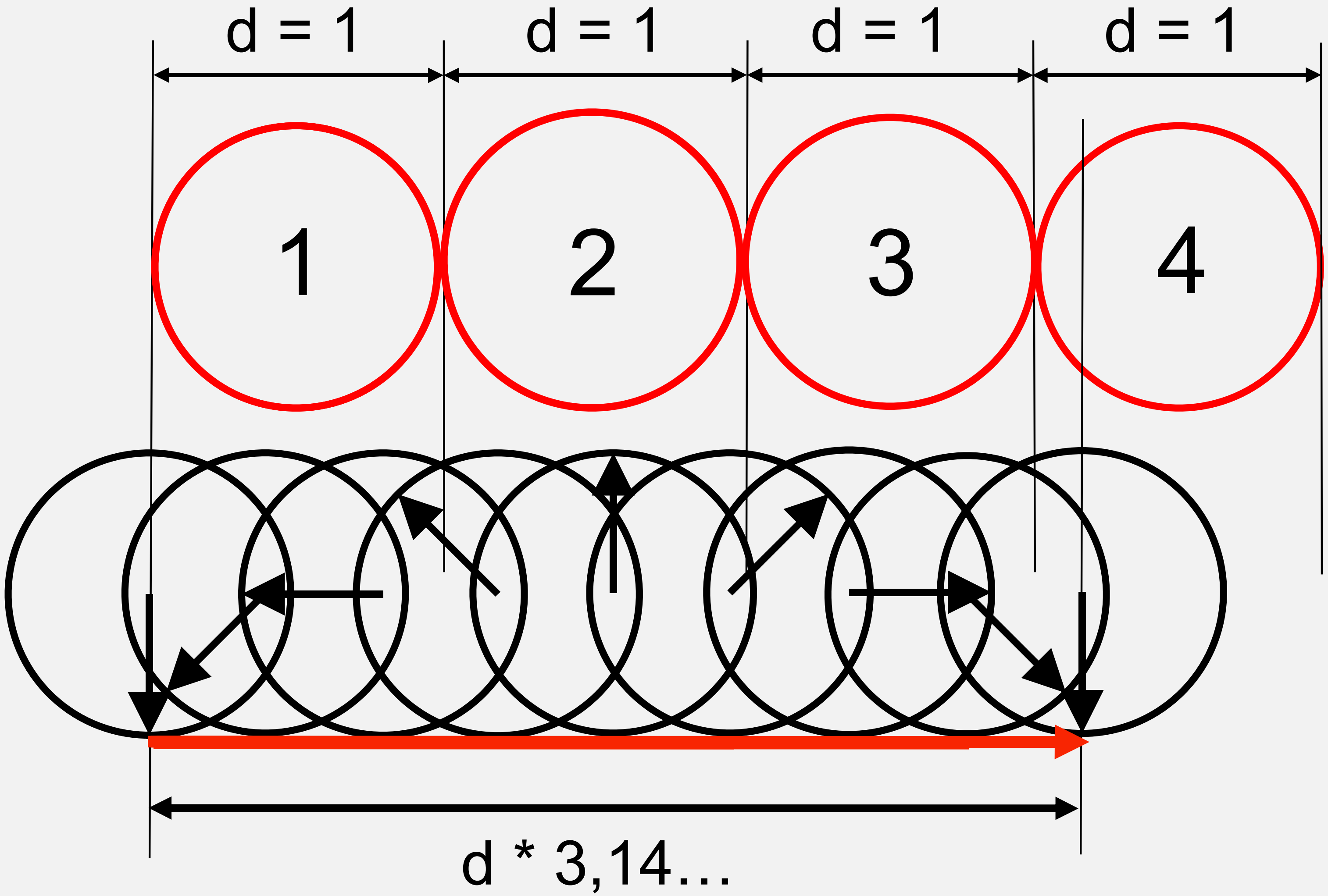
- <u>Kreiszahl π:</u>

  Die Kreiszahl π (Pi) ist eine mathematische Konstante.
- Sie beschreibt in der Geometrie das Verhältnis des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser.
- Dieses Verhältnis ist unabhängig von der Größe des Kreises.
- <u>Nicht zu verwechseln mit phi (goldener Schnitt).</u>

A

!?

- Wie entsteht die Zahl π?



Eine Umdrehung des Kreises ist 3,14… mal größer als sein Durch-messer.

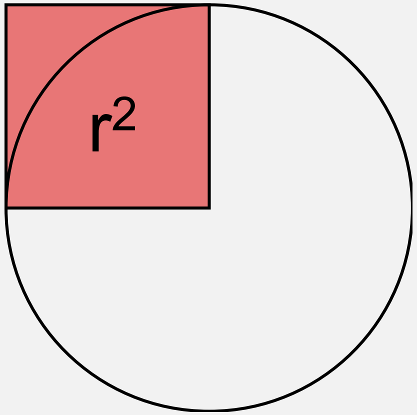
A

!?

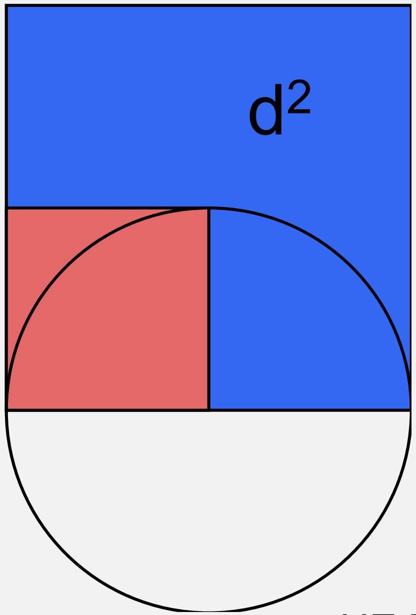
- Etwas zur Zahl π:
- Da π eine irrationale Zahl ist, lässt sich ihre Darstellung in keinem Stellenwertsystem vollständig angeben:
  - die Darstellung ist stets unendlich lang und nicht periodisch.
- Der derzeitige Rekord (Stand: 2016) an numerischen Berechnungen liegt bei über 22,4 Billionen Dezimalstellen.
- Es gibt zur Zeit zwei Inder, die über 70.000 Stellen von Pi frei aus dem Gedächtnis rezitieren können. Suresh Kumar Sharma hält dabei mit 70.030 Stellen den aktuellen Weltrekord. Das Aufsagen der Ziffern dauerte übrigens über 17 Stunden.

- Querschnittsberechnung eines Kreises
- π (Pi) ist die Kreiszahl, die wir mit 3,14 runden.
- Bei einem Stromkabel mit einem Durchmesser von d = 3 mm errechnet sich die Querschnittsfläche
  $A = r^2 * \pi = 1{,}5mm^2 * 3{,}14 = 7{,}065\ mm^2$ oder

  $A = d^2 * 3{,}14 / 4 = 3mm^2 * 3{,}14 / 4 = 7{,}065mm^2$



$A = r^2 * \pi$



$$A = \frac{d^2 * \pi}{4}$$

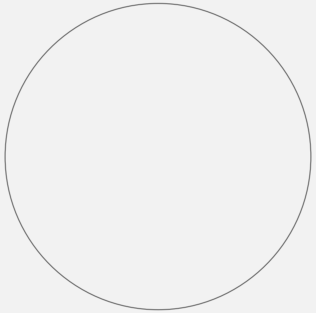
A

!?

- Querschnittsberechnung eines Rechtecks
- Für die Fläche A gilt hier die Formel Länge mal Breite.

$$A = L * B = 6mm * 3mm = 18mm^2$$

Umfangsberechnung eines Kreises:



r = 3mm
d = 6mm

- Umfang: U = 2r * π oder U = d * π
- U = 2 * r * π = 2 * 3mm * 3,14 = 18,84mm oder
- U = d * π = 6mm * 3,14 = 18.84mm

A

!?

Umfangsberechnung eines Rechtecks:

- Umfang: U = Länge + Breite + Länge + Breite oder
- U = 2 * (Länge + Breite)
- U = 2 * (6mm + 3mm) = 2 * 9mm = 18mm

A

!?

Das Dreieck

A

!?

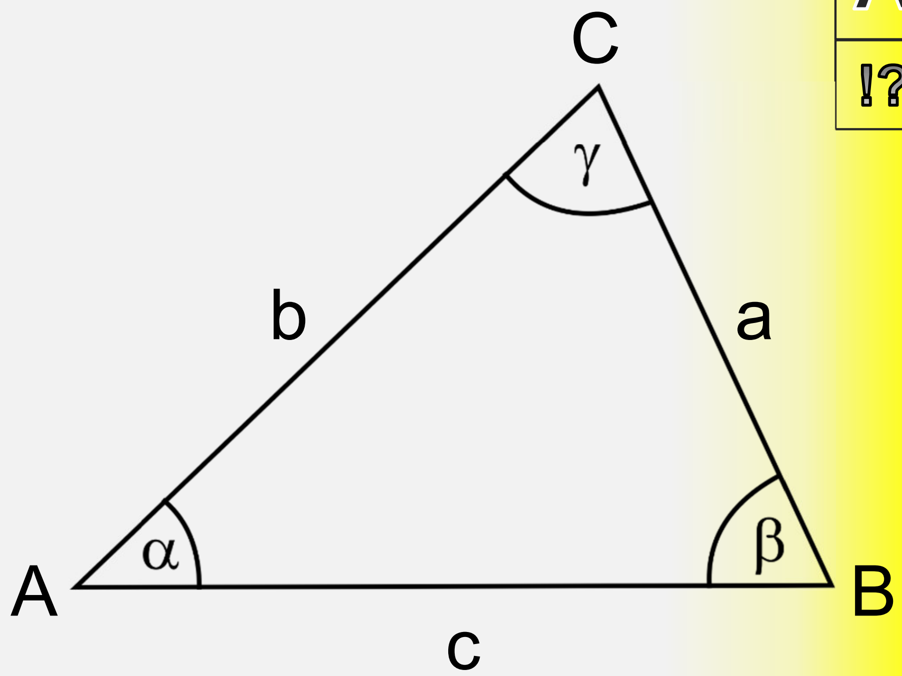
Das Dreieck

- Für das nächste Thema müssen wir etwas in die Geometrie abwandern und uns mit dem Dreieck beschäftigen.
- Ein Dreieck ist eine geometrische Figur.
- Es handelt sich um die einfachste Figur in der Ebene, die von geraden Linien begrenzt wird.
- Seine Begrenzungslinien bezeichnet man als Seiten.
- In seinem Inneren spannen sich drei Winkel, die sogenannten Innenwinkel auf.
- Die Scheitel dieser Winkel bezeichnet man als Eckpunkte des Dreiecks.

A

!?

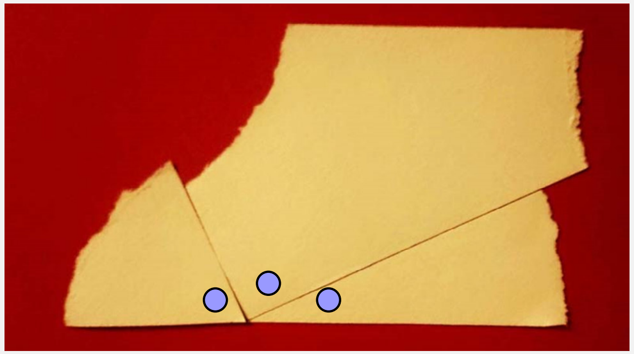
- Die Eckpunkte im allgemeinen Dreieck heißen A, B und C, üblicherweise entgegen dem Uhrzeigersinn benannt.
- Das allgemeine Dreieck hat die Seiten a, b und c, die jeweils dem entsprechenden Eckpunkt gegenüber liegen.



- Die Winkel im Dreieck heißen im Punkt A α (alpha), im Punkt B β (betha) und im Punkt C γ (gamma).
- Die Winkel im Dreieck heißen Innenwinkel.
- Die Summe der Innenwinkel beträgt immer 180^0, wie wir auf der nächsten Seite sehen können.

A

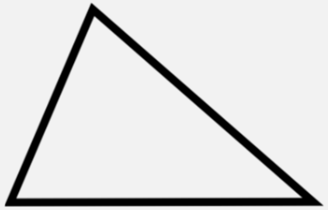
!?



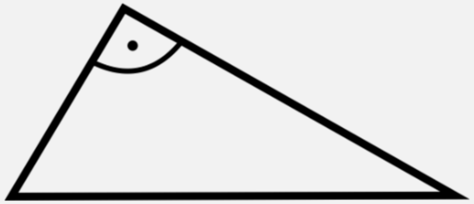
- Wir schneiden uns aus Papier ein beliebiges Dreieck.
- Anschließend reißen wir zwei Ecken ab.
- Nun legen wir die Ecken an die dritte und stellen fest, daß die drei Ecken zusammen eine gerade Linie bzw. einen gestreckten Winkel (das heißt 180°) ergeben.

A
!?

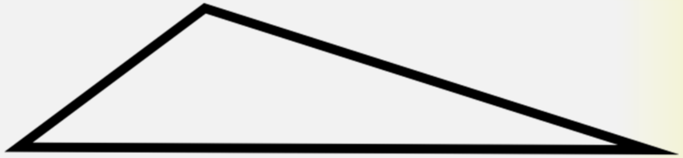
Die Geometrie kennt verschiedene Formen von Dreiecken:



Unregelnäßiges
spitzwinkliges
Dreieck

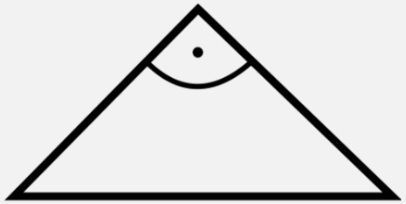


Unregelnäßiges
rechtwinkliges
Dreieck



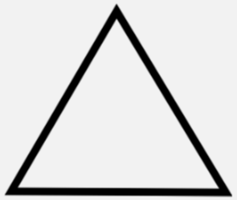
Unregelnäßiges
stumpfwinkliges
Dreieck

Gleichschenkliges
spitzwinkliges
Dreieck



Gleichschenkliges
rechtwinkliges
Dreieck

Gleichschenkliges
stumpfwinkliges
Dreieck



Gleichseitiges
Dreieck

A

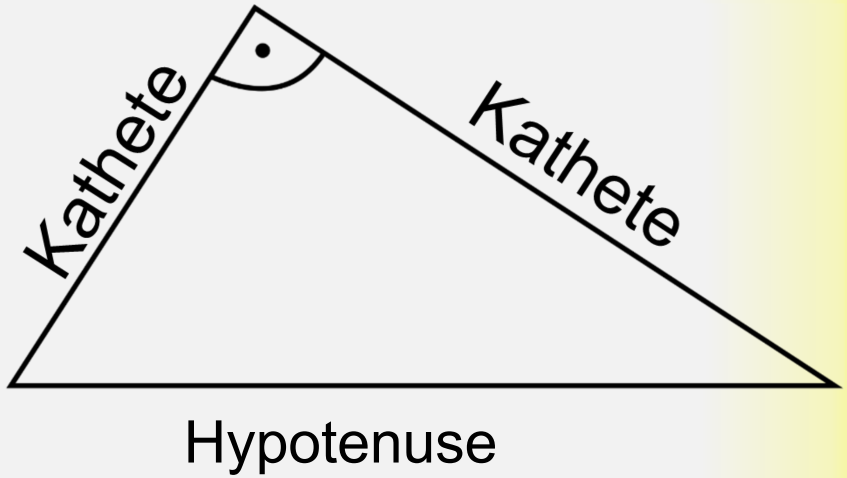
!?

- Wir wollen uns jetzt mit dem rechtwinkligen Dreieck beschäftigen.
- Im rechtwinkligen Dreieck haben die Seiten bestimmte Namen.

A

!?

- Unser Bild zeigt ein rechtwinkliges unregelmäßiges Dreieck.
- Als Hypotenuse bezeichnet man die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks.
- Sie liegt dem rechten Winkel gegenüber.

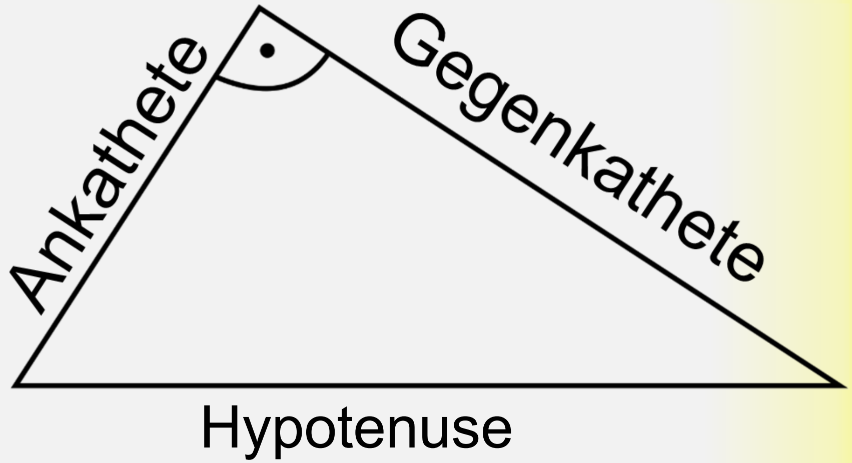


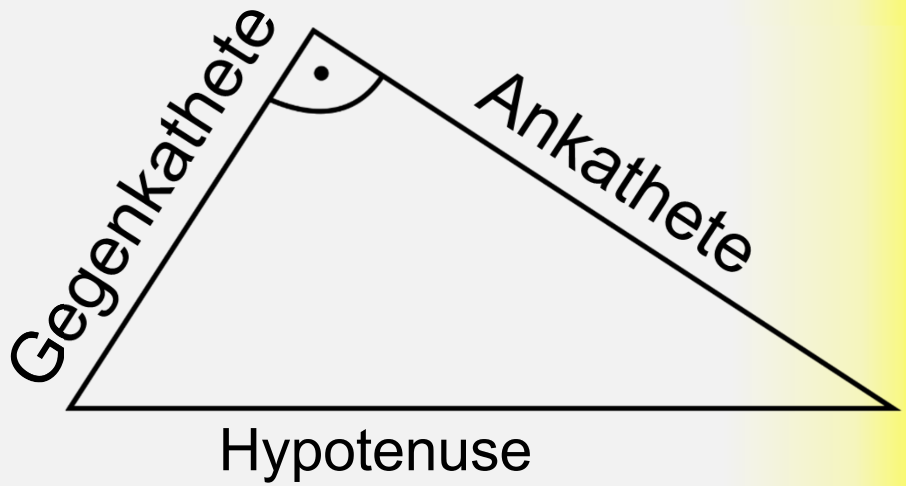
- Als Kathete wird jede der beiden kürzeren Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck bezeichnet.
- In der Zeichnung wird der rechte Winkel durch einen Viertelkreis mit Punkt gekennzeichnet.

A

!?

- In Bezug auf einen der beiden spitzen Winkel des Dreiecks unterscheidet man die Ankathete dieses Winkels (die dem Winkel anliegende Kathete) und die Gegenkathete (die dem Winkel gegenüberliegende Kathete).





A

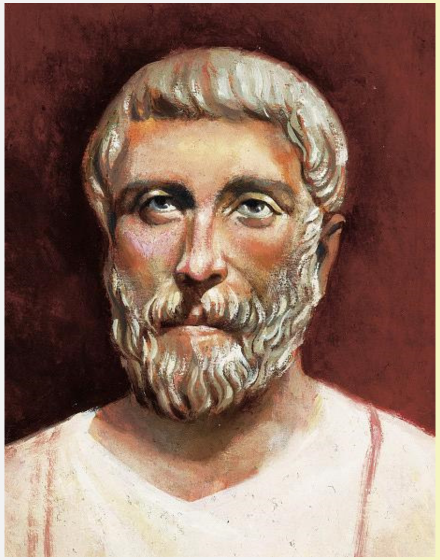
!?

Der Satz des Pythagoras

A

!?

Der Satz des Pythagoras



- Wer war Pythagoras?
- Der Name ist uns wohl bekannt.
- Pythagoras wurde um 570 v.Chr. auf der griechischen Insel Samos geboren und verstarb nach 510 v.Chr. in Metapont / Süditalien.

A

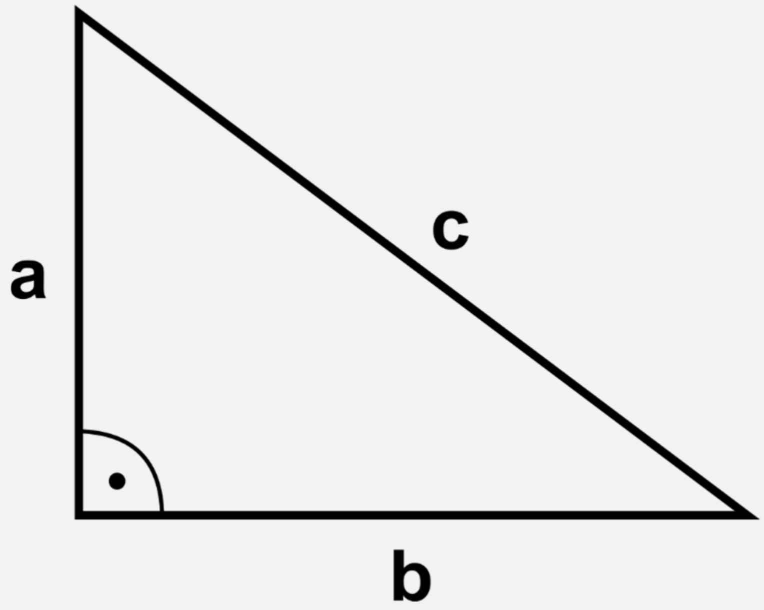
!?

- Mit dem Satz des Pythagoras Flächen und Seitenlängen bei einem rechtwinkligen Dreieck berechnen.
- Den Satz des Pythagoras kann man nur an Dreiecken anwenden, welche einen rechten Winkel aufweisen!

A

!?

- Schaut euch dazu einmal die folgende Grafik an. Bei dem folgenden Dreieck findet sich links unten ein rechter Winkel (gekennzeichnet mit einem Viertelkreis mit Punkt).

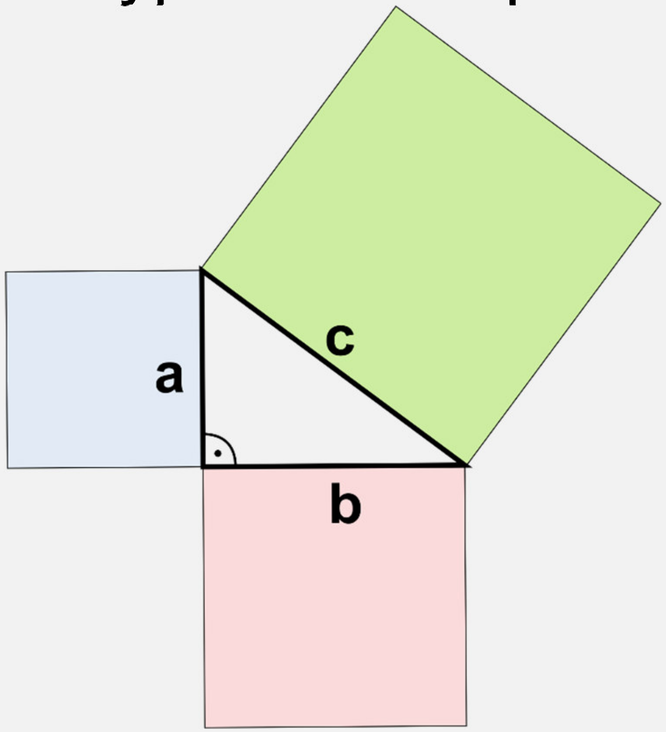


- Ansonsten lassen sich noch folgende Merkmale feststellen:
- Die Längen a und b bezeichnet man als Katheten. Das sind die beiden Seiten, die direkt an den rechten Winkel angrenzen.
- Die Länge c wird als Hypotenuse bezeichnet.

A

!?

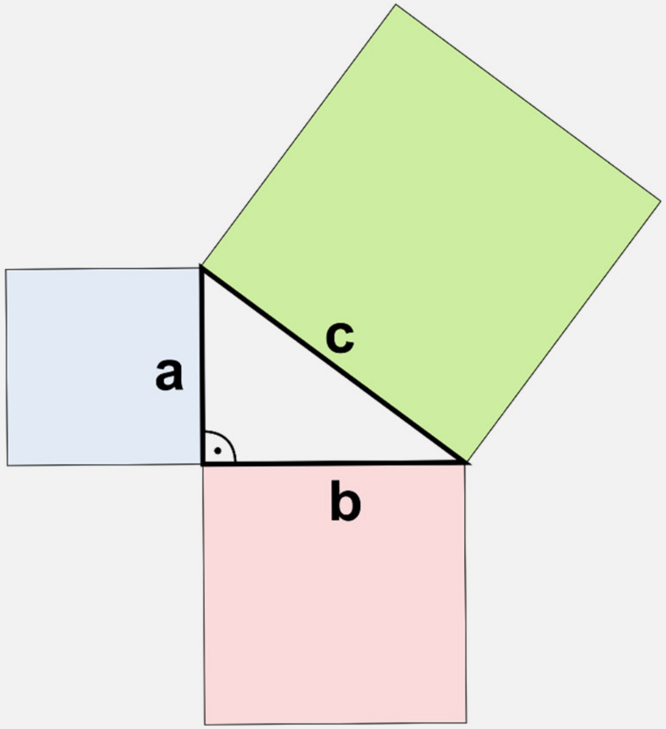
- Der Satz des Pythagoras besagt, dass in allen rechtwinkligen Dreiecken die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates ist.



- Das heißt: die Flächen der Kathetenquadrate $a^2 + b^2$ ist gleich der Fläche von c^2.

A

!?



Nehmen wir einmal folgende Längen für unser Beispiel:

a wäre 6m lang, b wäre 10m lang.

Die Formel ist $a^2 + b^2 = c^2$

Setzen wir die Werte ein:

$c^2 = 6m * 6m + 10m * 10m$

$c^2 = 36m^2 + 100m^2 = 136m^2$

$c = \sqrt{136} = 11{,}66m$

weiter

A

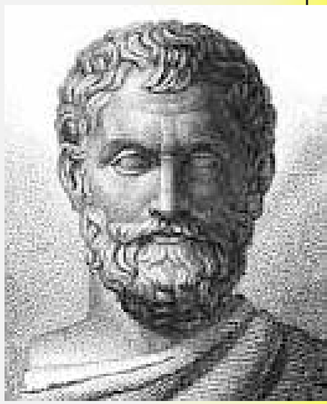
!?

Die Strahlensätze
oder
der Satz des Thales

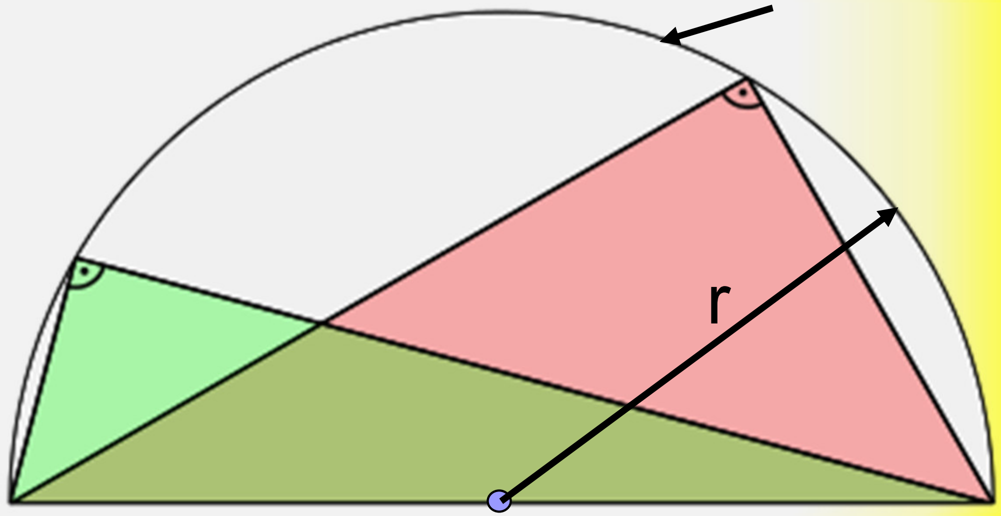
A

!?

Die Strahlensätze



- Der Satz des Thales ist ein Satz der Geometrie und ein Spezialfall des Kreiswinkelsatzes.
- Vereinfacht lautet er: Alle Winkel am Halbkreisbogen sind rechte Winkel.
- Der erste Beweis wird dem antiken griechischen Mathematiker und Philosophen Thales von Milet zugeschrieben.
- Die Aussage des Satzes war bereits vorher in Ägypten und Babylonien bekannt.



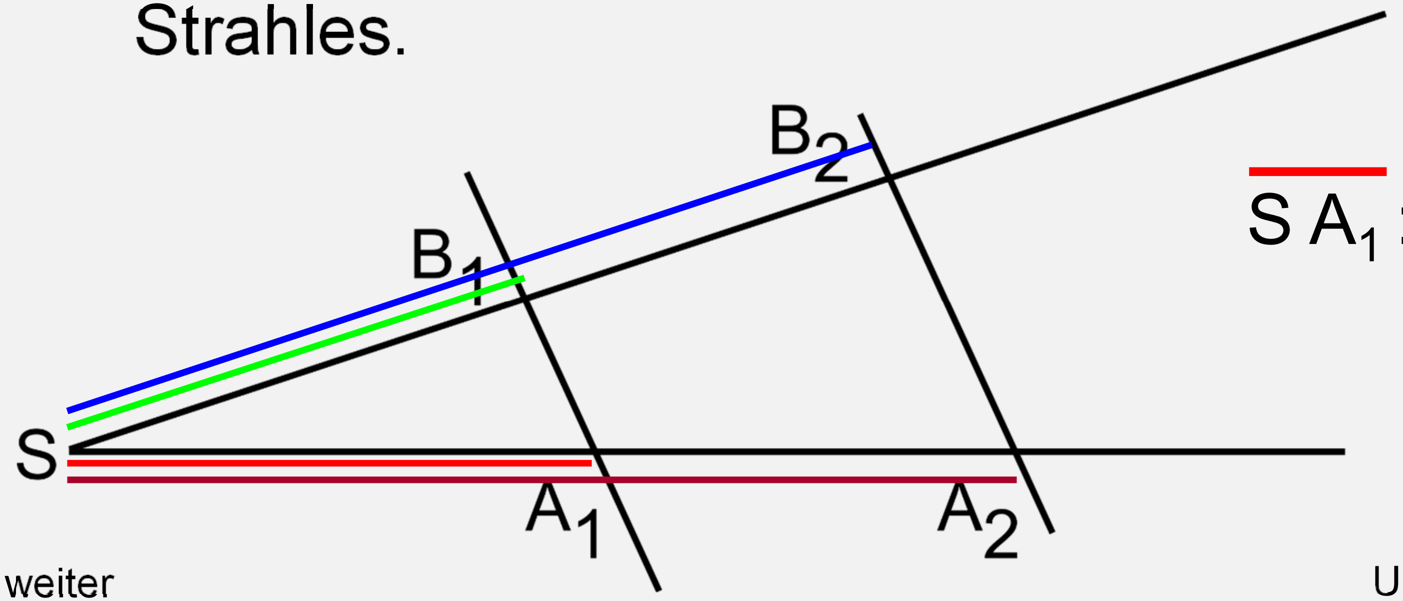
A

!?

Die Strahlensätze

- Mit der nächsten Formel wollen wir die Höhe eines Turmes messen (ungefähr), weil wir daran ein Kabel anbringen wollen und da brauchen wir die nötige Kabellänge.
- Man könnte jetzt hochklettern und eine lange Leine runterhängen lassen und die dann messen.
- Aber es geht auch ungefährlicher mit Geometrie.
- Und da hilft uns die Strahlensätze weiter.

- Der erste Strahlensatz setzt ein Verhältnis aus zwei Teilabschnitten des einen Strahles gleich mit dem Verhältnis aus den entsprechenden Teilabschnitten des anderen Strahles.
- Somit stehen auf der einen Seite der Gleichung immer Strecken des einen Strahles und auf der anderen Seite der Gleichung die entsprechenden Strecken des anderen Strahles.

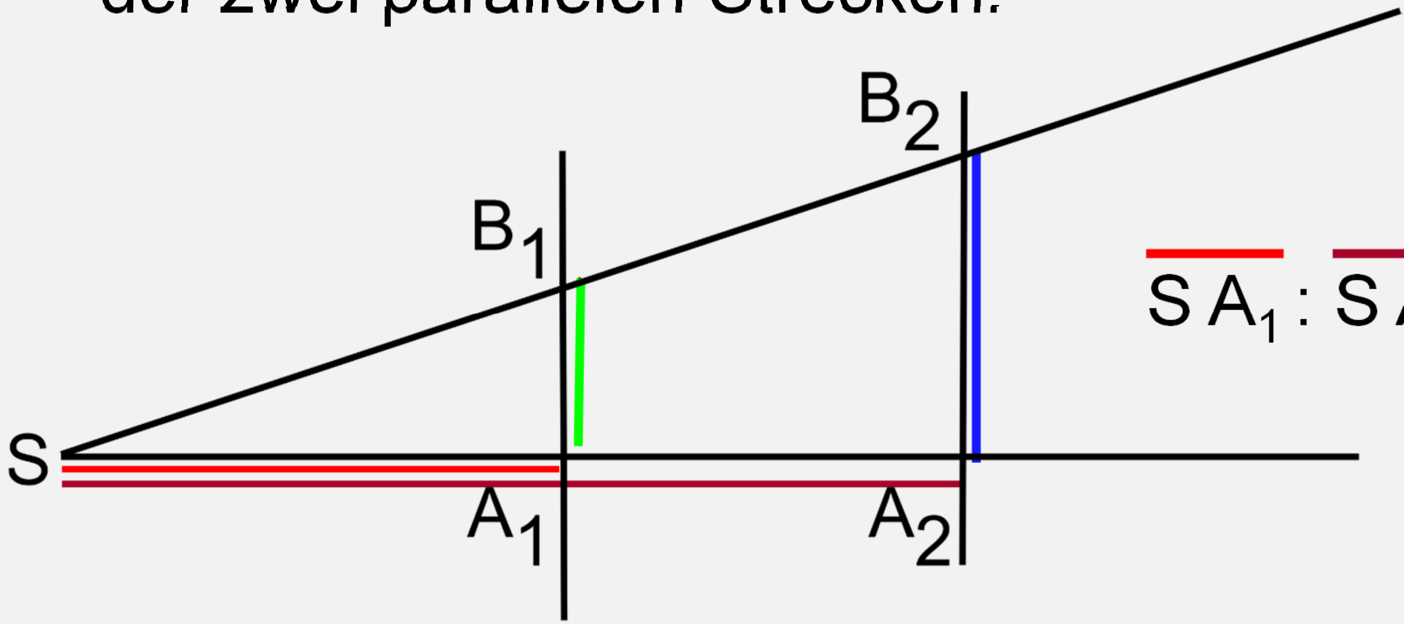


$$\overline{SA_1} : \overline{SA_2} = \overline{SB_1} : \overline{SB_2}$$

A

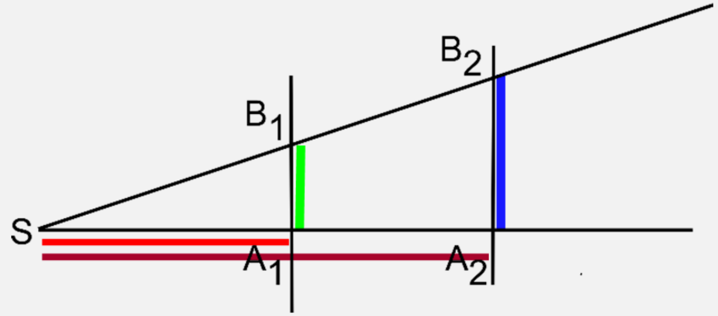
!?

- Der zweite Strahlensatz berücksichtigt nun die Längen der beiden parallelen Strecken.
- Der zweite Strahlensatz setzt das Verhältnis von zwei Teilabschnitten des einen Strahles gleich mit dem Verhältnis der zwei parallelen Strecken.



$$\overline{SA_1} : \overline{SA_2} = \overline{A_1B_1} : \overline{A_2B_2}$$

Und mit dieser Formel kommen wir weiter.

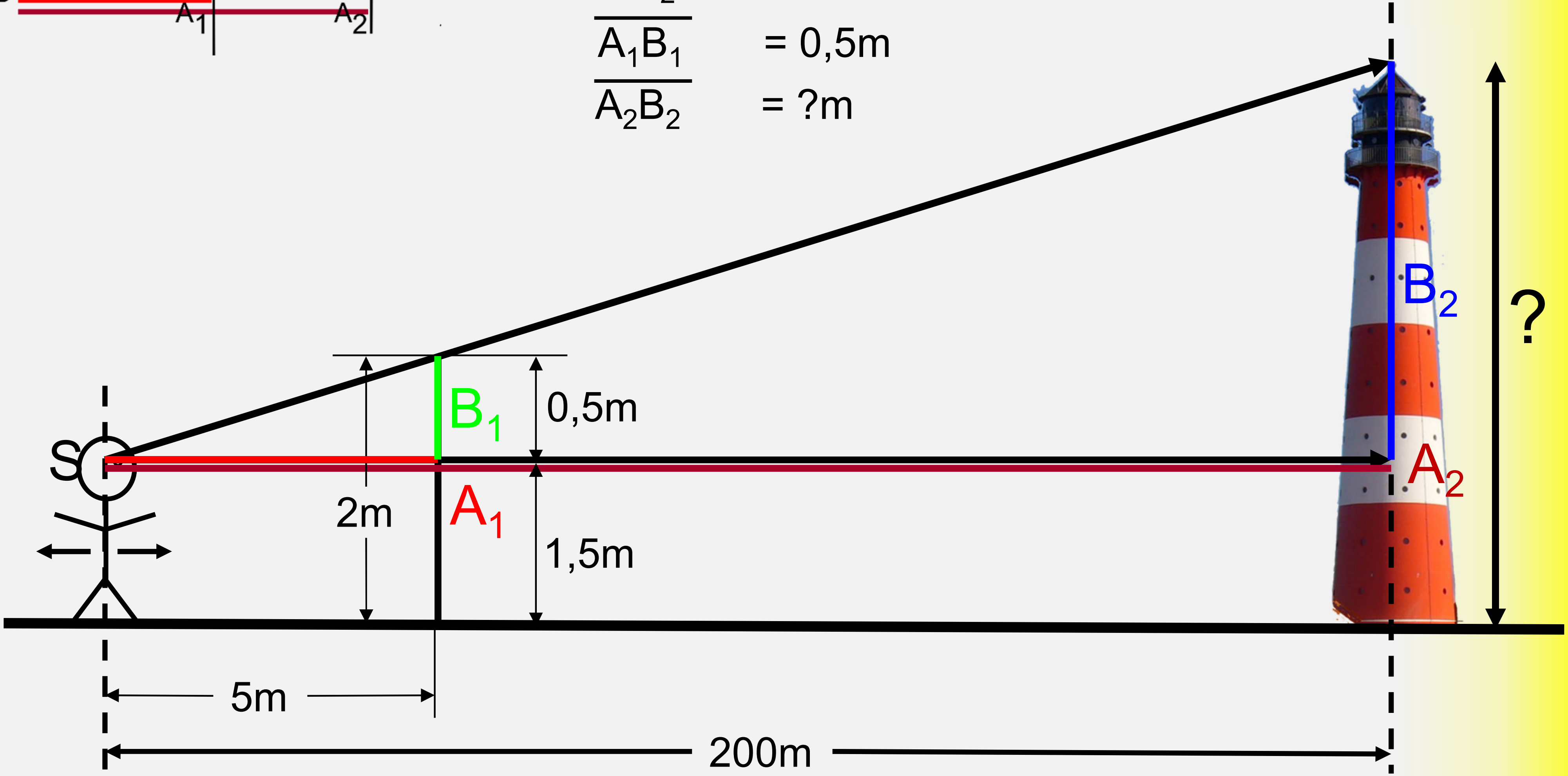


$\overline{S\,A_1}$ = 5m

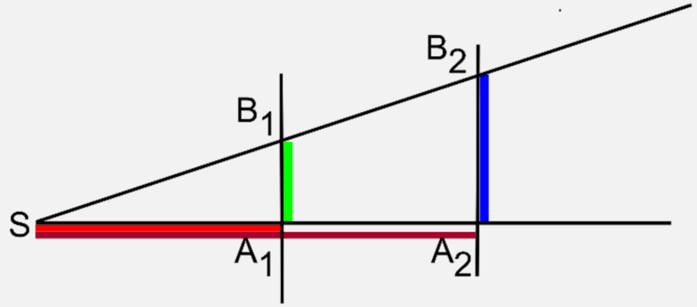
$\overline{S\,A_2}$ = 200m

$\overline{A_1B_1}$ = 0,5m

$\overline{A_2B_2}$ = ?m



A
!?



$\overline{SA_1} = 5m$

$\overline{SA_2} = 200m$

$\overline{A_1B_1} = 0,5m$

$\overline{A_2B_2} = ?m$

$$\overline{A_2B_2} : \overline{A_1B_1} = \overline{SA_2} : \overline{SA_1}$$

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{SA_2}{SA_1}$$

$$\frac{A_2B_2 * \cancel{A_1B_1}}{\cancel{A_1B_1}} = \frac{SA_2 * A_1B_1}{SA_1}$$

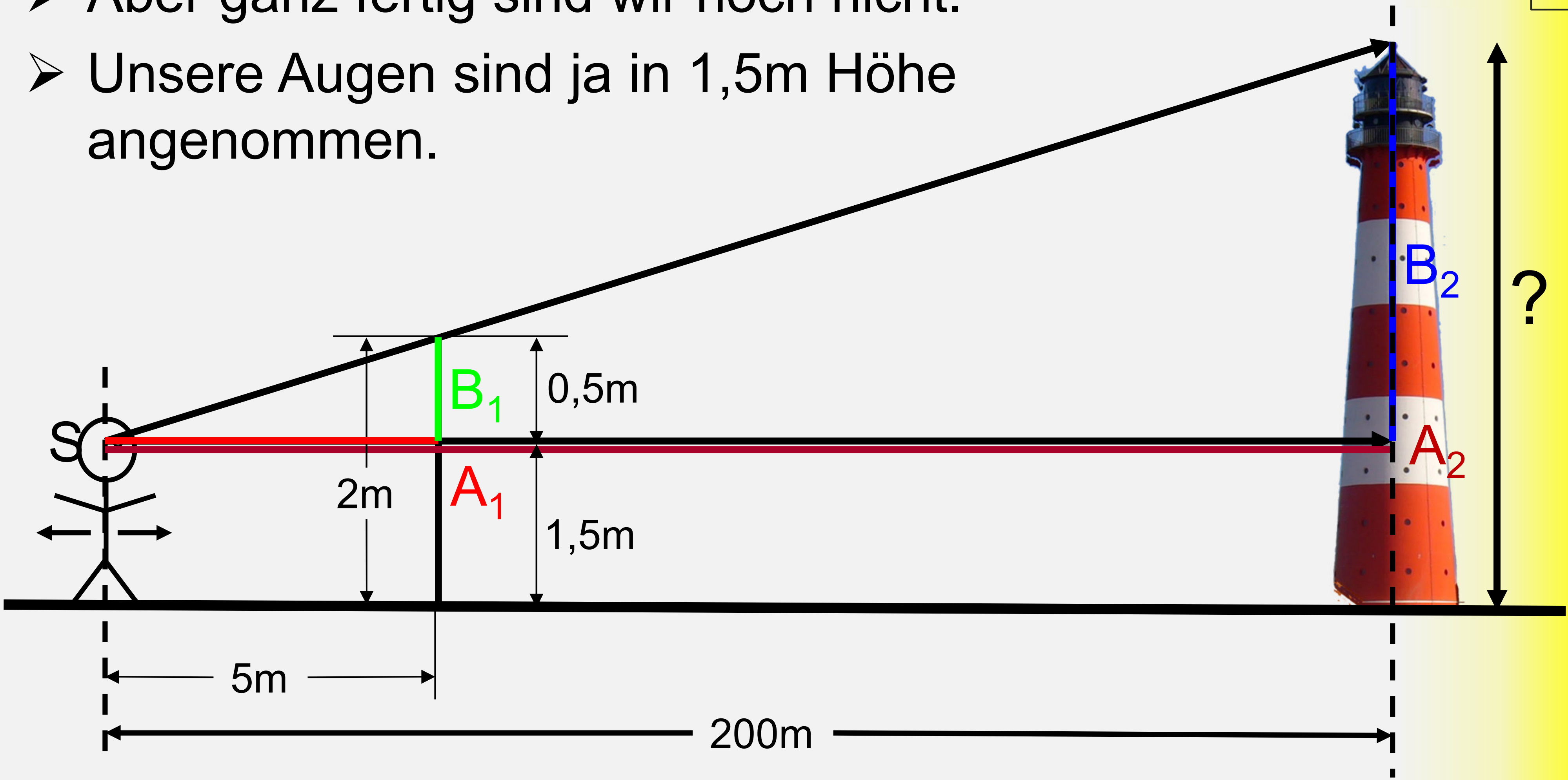
$$A_2B_2 = \frac{SA_2 * A_1B_1}{SA_1}$$

$$= \frac{200m * 0,5m}{5m} = 20m$$

A

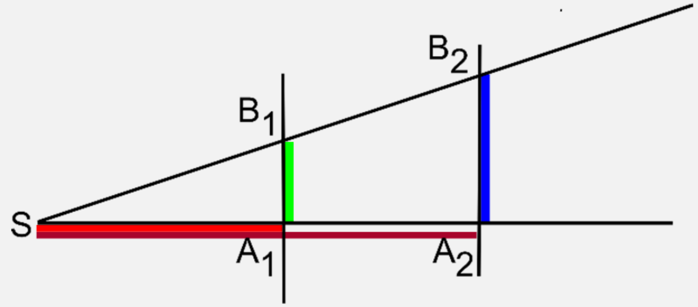
!?

- Aber ganz fertig sind wir noch nicht.
- Unsere Augen sind ja in 1,5m Höhe angenommen.



A

!?



- Wir müssen also zu der errechneten Höhe $\overline{A_2B_2}$ noch die Augenhöhe von 1,5m hinzurechnen.
- Somit wird der Turm ca. 21,5m hoch sein.
- Diese Rechnung ist sicherlich etwas verwirrend gewesen, aber wenn Ihr mal eine entsprechende Höhe berechnen müßt, hier könnt Ihr es nachlesen.

A

!?

Das Koordinatensystem

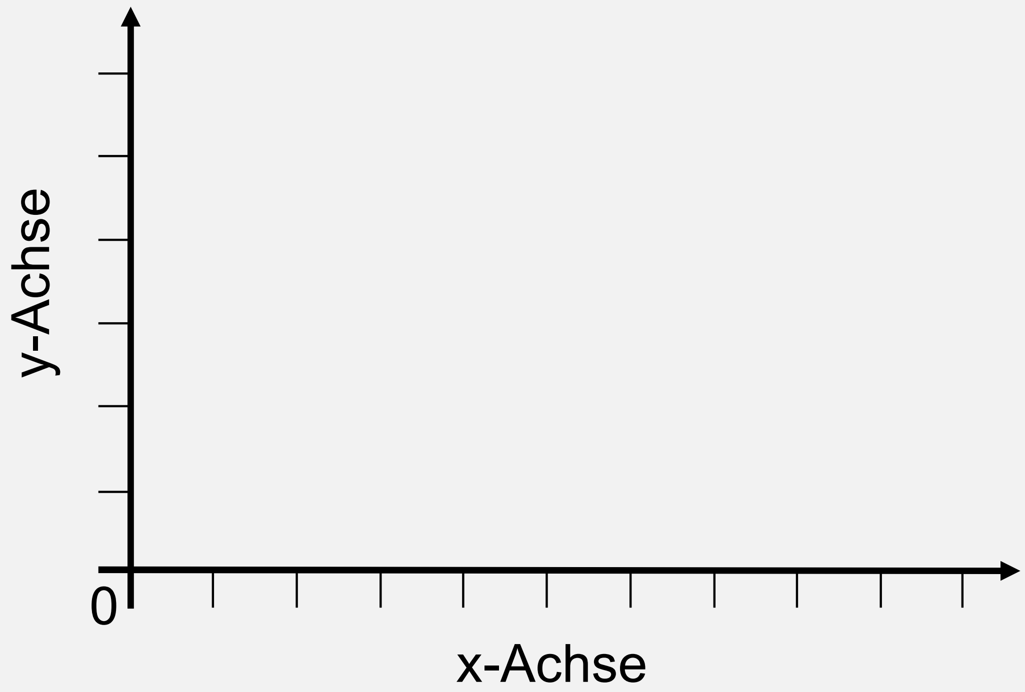
A

!?

- Für viele Zwecke ist es notwendig, ein Orientierungs-system auf der Zeichenebene zur Verfügung zu haben.
- Dazu denken wir uns zwei aufeinander normal stehende Gerade gezeichnet.
- Den beiden Geraden geben wir nun Namen:
  - die waagerechte Linie nennen wir *x*-Achse,
  - die senkrechte Linie heißt *y*-Achse.
- Wir sprechen von Koordinatenachsen oder kurz von Achsen.

A

!?



- Beide Achsen erhalten je eine "Richtung", die durch einen Pfeil angedeutet ist.
- Damit ist gemeint, daß die Achsen ohne Begrenzung "bis ins Unendliche" laufen.
- Die beiden Achsen schneiden einander in einem Punkt, den wir Ursprung nennen.
- Beide Linien sind in einzelne Abschnitte unterteilt.
- Der Abstand ergibt sich aus der jeweiligen Anforderung.

A

!?

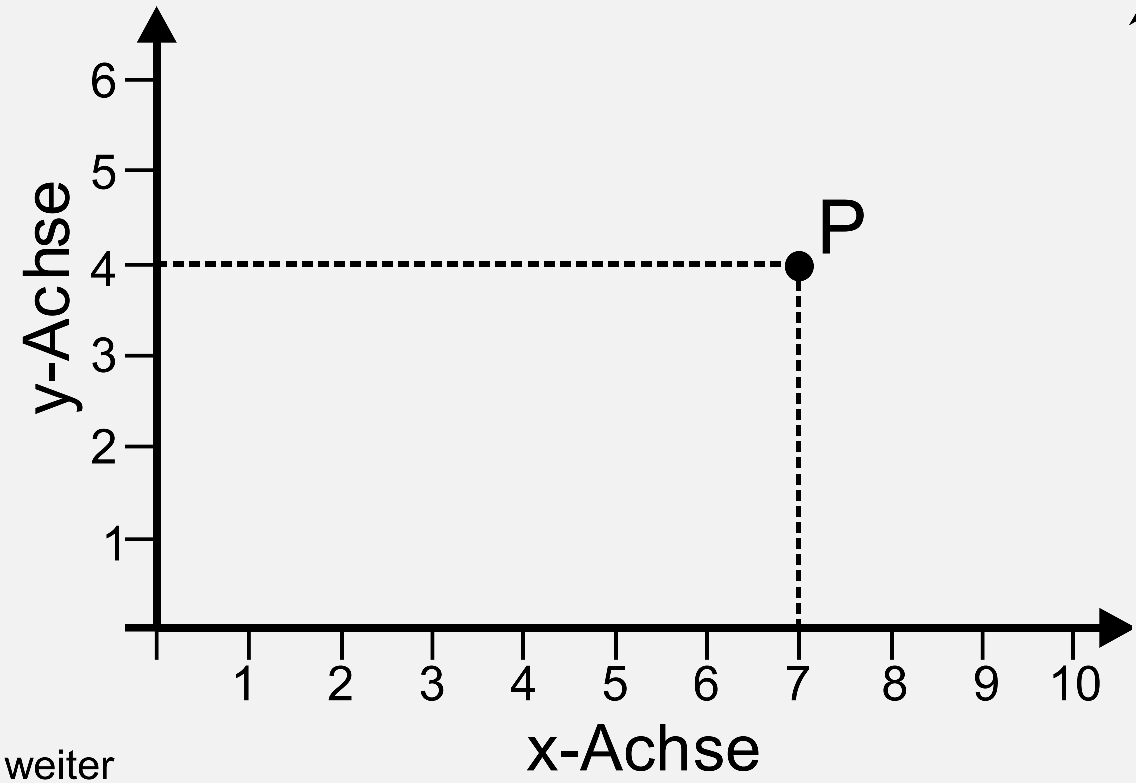
- Diese Konstruktion versetzt uns in die Lage, die Position von Punkten in Form von Zahlen angeben zu können.
- Nehmen wir an, P sei ein Punkt auf der Zeichenebene.

- Dann zeichnen wir Linien zu den beiden Achsen wie in der folgenden Skizze ein.
- Auf der y-Achse hat der Punkt den Wert 4 und auf der x-Achsen den Wert 7.

A

!?

- Die beiden Abstände in diesem Beispiel sind 7 und 4.
- Die erste Zahl - also 7 - nennen wir die *x*-Koordinate,
- die zweite Zahl - also 4 - nennen wir die *y*-Koordinate des Punktes *P*.



- Diese beiden Zahlen bestimmen die Position des Punktes (in Bezug auf die Achsen) eindeutig.

A
!?

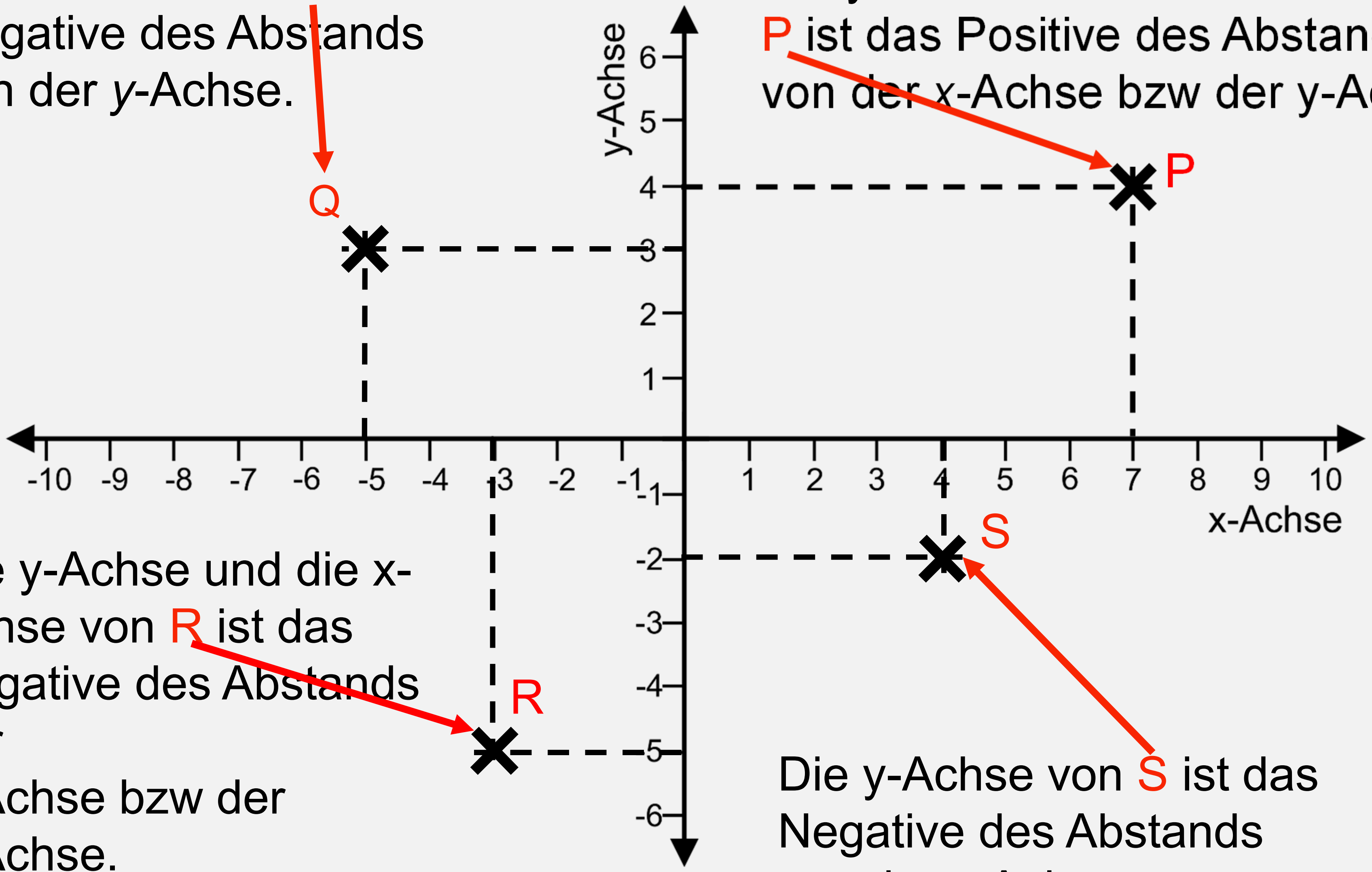
- Genau genommen funktioniert diese Methode der Positionsbestimmung nur, wenn der Punkt rechts von der *y*-Achse und oberhalb der *x*-Achse liegt.
- Im allgemeinen Fall müssen wir auch negative Koordinatenwerte zulassen.
- Liegt ein Punkt links von der *y*-Achse, so ist seine *x*-Koordinate das Negative des Abstands von der *y*-Achse.
- Liegt ein Punkt unterhalb der *x*-Achse, so ist seine *y*-Koordinate das Negative des Abstands von der *x*-Achse.

A

!?

Die x-Achse von Q ist das Negative des Abstands von der *y*-Achse.

Die y-Achse und die x-Achse von P ist das Positive des Abstands von der x-Achse bzw der y-Achse.



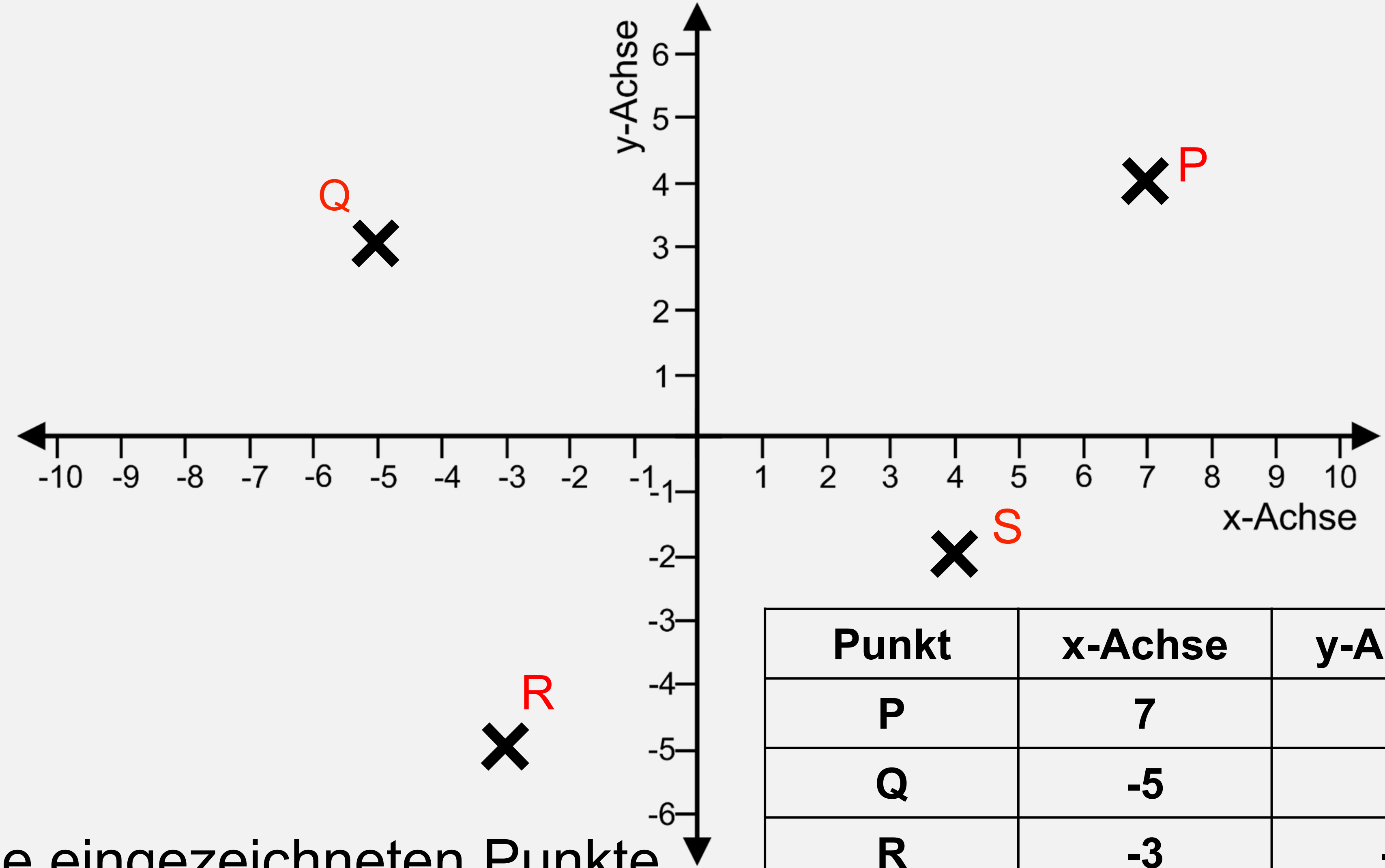
Die y-Achse und die x-Achse von R ist das Negative des Abstands der
x-Achse bzw der
y-Achse.

Die y-Achse von S ist das Negative des Abstands von der x-Achse.

weiter

A

!?



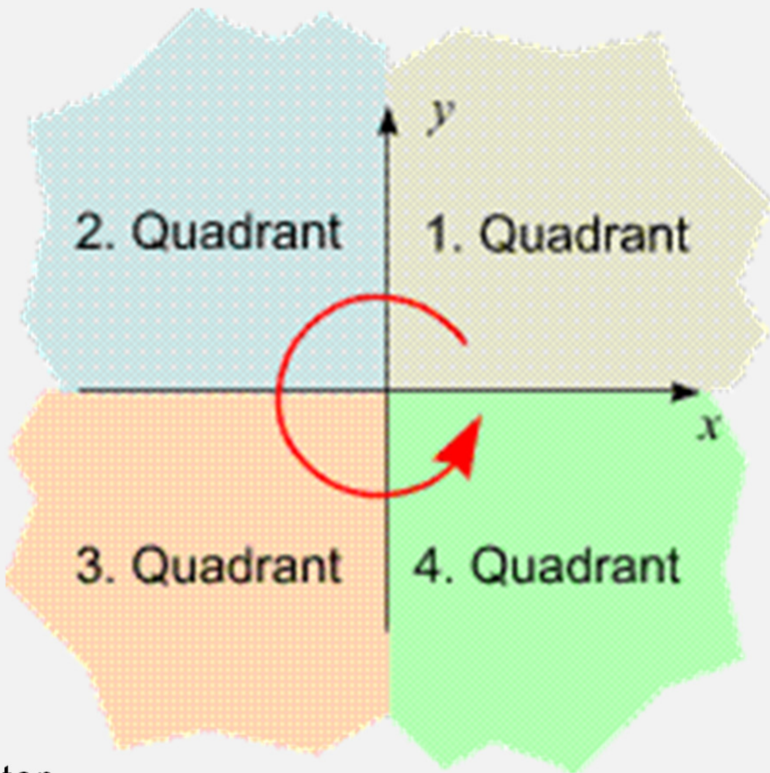
Die eingezeichneten Punkte haben folgende Koordinaten:

Punkt	x-Achse	y-Achse
P	7	4
Q	-5	3
R	-3	-5
S	4	-2

A

!?

- Um die Vorzeichenkombinationen der Koordinaten von Punkten bequem angeben zu können, werden vier Quadranten ("Viertelebenen") unterschieden, wobei im Gegenuhrzeigersinn von 1 (erster Quadrant) bis 4 (vierter Quadrant) gezählt wird.



Quadrant-Nummer	x-Achse	y-Achse
1	positiv	positiv
2	negativ	positiv
3	negativ	negativ
4	positiv	negativ

A

!?

- Jeder Punkt der Zeichenebene hat zwei Koordinaten, und umgekehrt legt die Angabe zweier reeller Zahlen als Koordinaten die Position eines Punktes fest.
- Koordinaten der Art, wie wir sie hier beschrieben haben, heißen rechtwinkelige Koordinaten (da die beiden Achsen im rechten Winkel zueinander stehen).
- Die beiden Achsen, zusammen mit ihren Orientierungen (den Pfeilen) bilden ein rechtwinkeliges Koordinaten-system.
- Sein Sinn ist es also, uns eine Vorschrift in die Hand zu geben, wie die Position eines Punktes durch zwei Zahlen (den Koordinaten) ausgedrückt werden kann.

A

!?

- Achtung:

  Die Bezeichnungen x und y werden zwar häufig verwendet, sind aber nicht obligatorisch.

- Man könnte an ihrer Stelle irgendwelche anderen Symbole verwenden.

A

!?

Zahlensysteme

A

!?

- In der Mathematik gibt es mehrere Zahlensysteme:

Zahlensystem	Basis	Ziffern
Binär / Dual	2	0, 1
Oktal	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Dezimal	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Hexadezimal	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

A

!?

Das Dezimalsystem

A

!?

- In dem uns bekannten Dezimalsystem hat jede einzelne Stelle von rechts nach links gesehen eine um das Zehnfache höhere Wertigkeit.
- Es basiert auf 10er Potenzen.
- Als Beispiel lösen wir die Zahl 153 auf:

153 ist: $1 * 10^2 + 5 * 10^1 + 3 * 10^0$

$100 + 50 + 3$

- Zur Auffrischung:
eine Potenz gibt an, wie oft die Zahl mit sich selber multipliziert wird.

A

!?

- Unser Zahlensystem, mit dem wir alle mal in der Schule gerechnet haben und mit dem wir im täglichen Leben arbeiten, basiert auf der Zahl 10.
- Deshalb heißt es auch das Dezimalsystem.

A

!?

- Man sagt, ein Computer sei ja auch nur ein Mensch.
- Aber es gibt da doch den einen oder anderen großen Unterschied.
- So zum Beispiel kann er von sich aus nicht mit dem Dezimalsystem umgehen.
- Er kennt nur das duale System.
- Und das hat nun mit dem gelben Sack oder dem Grünen Punkt überhaupt nichts zu tun.

A

!?

Binär- oder Dual Zahlensystem

weiter

- Das Dualsystem basiert im Gegensatz zum Dezimalsystem auf der Basiszahl 2.
- Es ist auch als Binärsystem bekannt.
- Nach diesem System funktioniert nicht nur ein Computer sondern auch elektronische Schaltkreise.
- Aus der Computertechnik stammen die Begriffe Byte und Bit.
- Ein Byte besteht hier aus 8 Bits.

A

!?

- Die Wertigkeit der Stellen von rechts nach links ist jeweils doppelt so groß wie die vorhergegangene Stelle.
- Und das sieht so aus:
- Die Reihe der 2er-Potenz von rechts nach links lautet:

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

und die dazu gehörende Wertigkeit

128	64	32	16	8	4	2	1

- Jede dieser Stellen kennt nur den Zustand „EIN“ oder „AUS“ bzw. „1“ oder „0“.

A

!?

- Etwas verwirrend?
- Also nochmal die Reihe mit der Wertigkeit:

128	64	32	16	8	4	2	1

- Nehmen wir einmal an, diese Reihe wäre wie folgt auf EIN oder AUS, wobei die Ziffer 1 für EIN und die Ziffer 0 für AUS steht:

0	1	0	1	0	0	1	1

A
!?

128	64	32	16	8	4	2	1
0	1	0	1	0	0	1	1

- Die Werte, die auf „1“ stehen, werden eingesetzt und die, die auf „0“ sind, bleiben 0.

0	64	0	16	0	0	2	1

- Jetzt wird die Zahlenreihe einfach zusammen addiert.

0 + 64 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1

= 83

- Das bedeutet, daß die Zahl 83 binär so aussieht:

01010011

weiter

A

!?

Wie viele unterschiedliche Zustände können mit einer Dualzahl dargestellt werden, die aus einer Folge von 3 bits besteht?

- A 8
- B 4
- C 6
- D 16

8	4	2	1	Anzahl
0	0	0	0	1
0	0	0	1	2
0	0	1	0	3
0	0	1	1	4
0	1	0	0	5
0	1	0	1	6
0	1	1	0	7
0	1	1	1	8

weiter

A

!?

Wie viele unterschiedliche Werte können mit einer fünfstelligen Dualzahl dargestellt werden?

A 128

B 5

C 64

► D 32

128	64	32	16	8	4	2	1
0	0	0	1	1	1	1	1

$$16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$\overline{32}$$

A

!?

Berechnen Sie den dezimalen Wert der Dualzahl 10001110.
Die Dezimalzahl lautet:

A 156

B 78

► C 142

D 248

128	64	32	16	8	4	2	1
1	0	0	0	1	1	1	0

128 + 0 + 0 + 0 + 8 + 4 + 2 + 0 = 142

A

!?

- Das Oktal-System soll hier nur erwähnt sein.
- Bekannter ist das Hexadezimalsystem.
- Es basiert auf der Zahl 16 und umfaßt die Werte 0 bis 9 und A bis F.
- Wer sich hierfür interessiert kann sich auf der Homepage die entsprechende Unterlage runterladen. Dieses System ist nicht prüfungsrelevant.

Das war‘s zu diesem Thema

Gibt es dazu noch Fragen?

Eine Präsentation des
Deutschen Amateur-Radio-Club e.V.
Ortsverband Hamburg-Alstertal E13

Wir treffen uns auf 145,550 MHz und 430,275 MHz